

Vaje 4: Drevesa in dvodelni grafi

1. Ali so poti in cikli dvodelni grafi? Odgovor utemeljite.
2. Naj bo G k -regularen dvodelen graf s $k > 0$ in dvodelnim razbitjem $V(G) = X \cup Y$. Dokažite, da velja: $|X| = |Y|$.
3. Ali obstaja dvodelni graf G , za katerega velja: $\delta(G) + \Delta(G) > |V(G)|$? V primeru obstoja takšnega grafa, ga narišite, sicer dokažite, da graf z navedenimi lastnostmi ne obstaja.
4. Narišite vsa paroma neizomorfna drevesa na šestih vozliščih.
5. Naj bo $F = (V(F), E(F))$ gozd s c povezanimi komponentami. Dokažite, da je $|E(F)| = |V(F)| - c$.
6. Drevo T ima natanko 8 vozlišč stopnje 4, ostala vozlišča pa so stopnje 1. Koliko vozlišč in koliko povezav premore to drevo?
7. Drevo T ima pet vozlišč stopnje 2, eno vozlišče stopnje 3, tri vozlišča stopnje 4 in eno vozlišče stopnje 5. Vozlišč višjih stopenj nima. Koliko vozlišč stopnje 1 premore to drevo? Izračunajte $|V(T)|$ in $|E(T)|$.
8. Naj bo \mathcal{T} takšna družina dreves, da imajo vsa notranja vozlišča dreves stopnjo 3. Dokažite, da imajo drevesa družine \mathcal{T} število listov za 2 večje od števila notranjih vozlišč.
9. Naj bo T drevo, ki ima natanko štiri liste in le vozlišča stopenj največ 4. Dokažite, da ima drevo T natanko: a) eno vozlišče stopnje 4 in nobenega vozlišča stopnje 3; ali b) dve vozlišči stopnje 3 in nobenega vozlišča stopnje 4.
10. Naj bo T drevo. Dokažite: če so vsa vozlišča drevesa T lihe stopnje, potem imata za vsako povezavo $e \in E(T)$ obe komponenti grafa T brez povezave e liho število vozlišč.