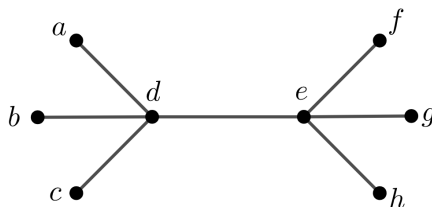


Osnove teorije grafov

Študijsko leto: 2024/2025

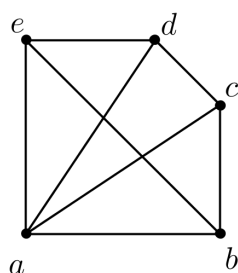
Vaje 1: Osnovne lastnosti grafov

- Narišite enostaven graf G , za katerega je $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$, $N(a) = \{b, d\}$, $N(b) = \{a, c, d, e\}$, $\deg(c) = \deg(e) = 1$. Določite $\delta(G)$ in $\Delta(G)$ ter navedite primer dveh povezav, ki nista incidenčni.
- Narišite primer enostavnega grafa, za katerega velja:
 - graf ima štiri vozlišča s stopnjami: 1,2,2,3;
 - graf ima pet vozlišč s stopnjami: 1,1,2,3,4;
 - graf ima pet vozlišč s stopnjami: 1,2,2,4,5;
 - graf ima šest vozlišč in je 3-regularen;
 - graf ima pet vozlišč, pet povezav, največja stopnja vozlišč je 4, najmanjša 1.
- Graf G je 4-regularen in ima x vozlišč, $x \geq 5$. Določite število povezav grafa G (v odvisnosti od x).
- Za vsako naravno število n definirajmo graf G_n z $V(G_n) = \{1, 2, \dots, n\}$ in $E(G_n) = \{ab; ab \text{ je sodo število}\}$. Za vsak n določite $\delta(G_n)$ in $\Delta(G_n)$. Za katera naravna števila n so grafi G_n regularni? Utemeljite.
- Povezavni graf $L(G)$ grafa G je graf, katerega vozlišča predstavljajo povezave grafa G ; dve vozlišči grafa $L(G)$ pa sta povezani natanko tedaj, ko sta pripadajoči povezavi v grafu G incidenčni.
 - Narišite povezavni graf $L(G)$ grafa G , ki je prikazan na sliki.

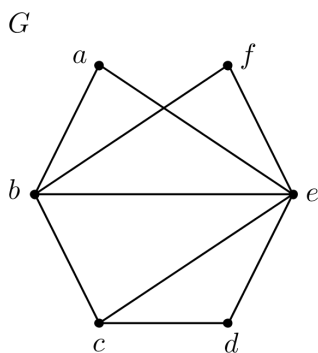


- Dokažite. Če je G k -regularen, potem je $L(G)$ $(2k - 2)$ -regularen.

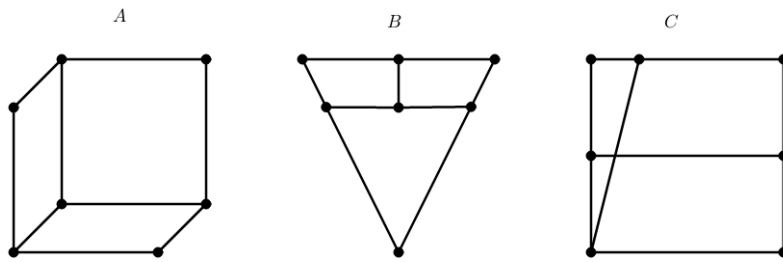
6. Dokažite, da ima vsak enostaven graf G , $|V(G)| \geq 2$, (vsaj) dve vozlišči enake stopnje.
7. Dokažite, da vsak graf, ki premore kakšno vozlišče lihe stopnje, ima takšnih vozlišč sodo mnogo.
8. Dokažite, da za vsako naravno število n obstaja graf, katerega vozlišča so stopenj $1, 1, 2, 2, 3, 3, \dots, n-1, n-1, n, n$.
9. Narišite komplemente grafov C_5 in K_4 ter jih tudi poimenujte.
10. Na sliki je prikazan graf G . Narišite komplement tega grafa.



11. Na sliki je narisana graf G .



- (a) Narišite primer podgrafa H grafa G , za katerega je $V(H) = \{a, b, e, f\}$.
- (b) Narišite primer podgrafa I grafa G , ki je induciran z vozlišči iz množice $\{a, b, e, f\}$.
- (c) Narišite primer vpetega podgrafa J grafa G .
- (d) Ali je graf H , za katerega je $V(H) = \{b, c, d, e\}$ in $E(H) = \{bc, cd, ce, de\}$, inducirani podgraf grafa G ?



12. Obravnavajte vse pare grafov, prikazanih na zgornji sliki. Ugotovite, kateri so izomorfni.
13. Ali sta grafa G in H , prikazana na sliki, izomorfna? Utemeljite.

