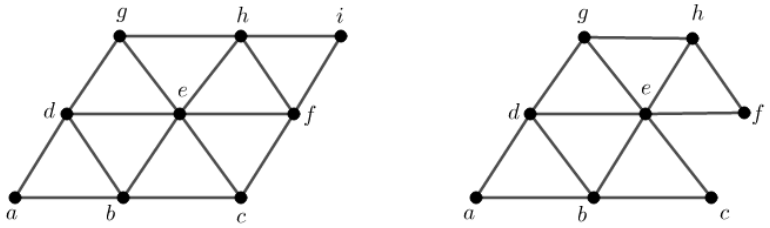
Vaje 3: Tetivni grafi

1. Zapišite popolni eliminacijski shemi grafov, prikazanih na sliki.



2. Naj bo G tetivni graf in $\{x_1, x_2, \ldots, x_k\}$ množica vseh simplicialnih vozlišč tega grafa. Iz grafa G konstruirajmo graf G' na naslednji način: eni kopiji grafa G dodamo množico vozlišč $\{x'_i, 1 \leq i \leq k\}$, vsako vozlišče x'_i iz te množice pa povežemo z vsemi vozlišči iz množice $N_G[x_i]$.
Dokažite, da so vozlišča $x'_i, 1 \leq i \leq k$, simplicialna v grafu G'.

3. Naj bo G tetivni graf, ki ni poln. Množico vseh simplicialnih vozlišč grafa G označimo s S. Za poljubno množico $A \subseteq S$ konstruirajmo graf G_A na naslednji način. Dve kopiji grafa G povežemo tako, da vsako vozlišče iz množice A v eni kopiji povežemo z vsemi vozlišči množice A v drugi kopiji grafa G.

   (a) Ali za vsak graf G obstaja takšna množica A, da graf G_A ni tetivni? Dokažite ali navedite protiprimer.

   (b) Za poljuben graf G in poljubno neprazno množico A z lastnostjo, da je G_A tetivni graf, karakterizirajte simplicialna vozlišča grafa G_A.

4. Naj bo G povezan *razcepljeni* graf, kar pomeni, da lahko $V(G)$ razbijemo na množici A in B z naslednjimi lastnostmi: $V(G) = A \cup B$, $A \cap B = \emptyset$, $|A| \geq 1$, $|B| \geq 1$, $A \cong K_n$, B je neodvisna množica. Utemeljite, da je vsak razcepljeni graf tetivni. Za vsak razcepljeni graf navedite tudi primer njegove popolne eliminacijske sheme.