

4. sklop nalog: Premica in ravnina v prostoru

1. V vseh treh oblikah zapiši enačbo premice p , ki poteka skozi točki $A(2, 1, 3)$ in $B(-1, 3, -2)$. Ali točki $C(-4, 5, -7)$ in $D(8, -3, 1)$ ležita na premici p ?

2. Izračunaj presečišče premic:

$$\begin{aligned} p : \quad & x = 1 + 2t, \quad y = -1 + 3t, \quad z = -6t, \quad t \in \mathbb{R}; \\ q : \quad & x = -3 + 2s, \quad y = -1 + s, \quad z = -2s, \quad s \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Zapiši tudi enačbi simetral kotov med premicama p in q .

3. Dani sta premici $p : x = y - 1, z = 2$ in $q : x + 1 = 2y + 2 = 2z$.

(a) Izračunaj razdaljo med premicama p in q .

(b) Zapiši enačbo premice, ki seka premici p in q pod pravim kotom.

4. Zapiši enačbo ravne v normalni obliki, če veš, da točke $A(-1, 0, 1)$, $B(1, 1, 0)$ in $C(0, \sqrt{2}, \frac{1}{2})$ ležijo na ravnini.
5. Pod kakšnim kotom se sekata ravnini $\pi : 2x + 3y - z = -1$ in $\Sigma : x - y + z = 8$ in kaj je njun presek?
6. Zapiši enačbo ravnine π , ki vsebuje premico $p : x = y - 1 = \frac{z}{2}$ in je pravokotna na ravnino $\Sigma : x + z = 0$. V katerih točkah ravnina π seka koordinatne osi?
7. Med točkami, ki so enako oddaljene od točk $A(3, 4, 1)$ in $B(-1, 0, 5)$, poišči tisto, ki je najbližja točki $C(6, 5, -4)$.
8. Poišči pravokotno projekcijo premice $p : x = 2y = z$ na ravnino $\pi : x + y - z = 1$. Pod katerim kotom premica p seka ravnino π ?
9. Na kroglo s središčem $S(4, 0, 2)$ in polmerom $r = 15$ položi tangentno ravnino, ki je vzporedna z ravnino $10x - 11y - 2z = -3$ in zapiši njeni enačbo.
10. Kam izven krogle s središčem $S(1, 1, 1)$ in polmerom $r = 2$ je treba postaviti točkasto svetilo, da bo osvetljen tisti del oble, ki ga odreže ravnina $x + y = 0$?
11. Skozi točko $T(0, -1, 1)$ položi premico r , ki seka premici $p : \frac{x+3}{2} = 2 - y = z$ in $q : \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = z - 1$.

Dodatne naloge

[2, Naloge: 14, 23, 35] in [3, Naloge: 26, 30, 36]

- Presek ravnin $x + y - z = 2$ in $2x - y = 4$ je premica p . Določi premico q , ki seka premico p pod pravim kotom in gre skozi točko $T(2, 1, -2)$.
- Med vsemi točkami, ki so enako oddaljene od premic

$$p : x - 1 = 2 - 2y, z = 3 \quad \text{in} \quad q : x = y = z$$

poišči tisto, ki je najbližje točki $T(1, 2, 1)$.

- Podani sta premici $p : x - 1 = \frac{3-z}{2}, y = 2$ in $q : x - 2 = 2 - y = \frac{z-1}{2}$.
 - Kakšna je medsebojna lega premic p in q ?
 - Zapiši enačbo ravnine Π , ki vsebuje premice p in q .
 - Naj bo T' zrcalna slika točke $T(2, 7, 2)$ pri zrcaljenju čez ravnino Π . Izračunaj koordinate točke T' .
- Podana je ravnina $\Pi : x + y = 0$ in premici $p_1 : \frac{x}{3} = y + 1 = \frac{3-z}{2}$ ter $p_2 : x = 1, y = z + 2$. Zapiši enačbo premice, ki je vzporedna ravnini Π , njeni presečišči s premicama p_1 in p_2 pa sta med seboj oddaljeni za 3. Koliko rešitev dobiš?

Literatura

- [1] M. Dobovišek, D. Kobal, B. Magajna: Naloge iz linearne algebре, DMFA, Ljubljana 1992.
(več izdaj)
- [2] M. Kolar, B. Zgrablić: Več kot nobena a manj kot tisoč in ena rešena naloga iz linearne algebре, Pitagora, Ljubljana 1996.
- [3] B. Zgrablić: Algebrski drobiž, Pedagoška fakulteta, Ljubljana 2002.