

7. sklop nalog: Sistemi linearnih enačb

1. Reši sistem

$$\begin{aligned}x + y + z &= 2 \\x + z + 2u &= 2 \\x + y - z - u &= 1 \\3u - y &= 1\end{aligned}$$

2. Izračunaj presek ravnin $\Pi_1 : 3x + y - z = 8$, $\Pi_2 : x - y + z = 4$ in $\Pi_3 : x + y - z = 2$.

3. Reši sistem

$$\begin{aligned}3x - y + z - w &= 4 \\x + 2y - z - w &= -1 \\4x + 2z &= 4 \\2x - 3y + 2z &= 5\end{aligned}$$

4. V odvisnosti od parametra $a \in \mathbb{R}$ določi rang matrike $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ a & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$.

5. V odvisnosti od realnega števila a poišči vse rešitve sistema

$$\begin{aligned}x + z + w &= 2 \\x + ay + z + 2w &= 3 - a \\-2x - (1 + a)z - w &= -4 + a \\ay + 2w &= 2 - a\end{aligned}$$

6. Naj bo $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a & 0 \\ 1 & a & a & 1 \\ 1 & 0 & a^2 & 1 \\ -2 & 0 & -2a & 1 \end{bmatrix}$.

(a) V odvisnosti od realnega števila a določi rang matrike A .

(b) Obravnavaj homogen sistem $Ax = 0$ in zapiši primer baze prostora rešitev za vsak $a \in \mathbb{R}$, za katerega rešitve obstajajo.

7. V odvisnosti od realnih števil a in b obravnavaj sistem

$$ax + by + z = 1$$

$$x + aby + z = a$$

$$x + by + az = 1$$

Dodatne naloge

1. Glede na realno število a poišči rešitve sistema linearnih enačb.

$$2x - ay - z - u = 0$$

$$x - z - u = 0$$

$$(a^2 - a)z + (1 - a)u = a - 1$$

$$-2x + ay + z + (a + 1)u = a^2 - a$$

2. Ugotovi za katere vrednosti realnih parametrov je sistem:

$$x + y + 2z - t = 1$$

$$2x + 3y + 5z = 0$$

$$3x + (a + 3)y + 6z + (a - 3)t = 1$$

$$x + 3y + 4z + (a + 1)t = b$$

protisloven, enolično rešljiv in nedoločen. Rešitve tudi poišči!

Literatura

- [1] M. Dobovišek, D. Kobal, B. Magajna: Naloge iz linearne algebre, DMFA, Ljubljana 1992. (več izdaj)
- [2] M. Kolar, B. Zgrablić: Več kot nobena a manj kot tisoč in ena rešena naloga iz linearne algebre, Pitagora, Ljubljana 1996.
- [3] B. Zgrablić: Algebrski drobiž, Pedagoška fakulteta, Ljubljana 2002.