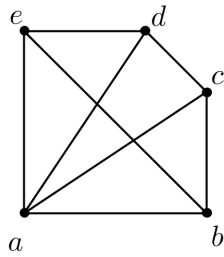


Osnove teorije grafov

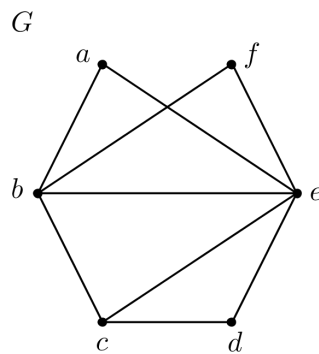
Študijsko leto: 2021/2022

Vaje 1: Osnovne lastnosti grafov

1. Narišite enostaven graf G , za katerega je $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$, $N(a) = \{b, d\}$, $N(b) = \{a, c, d, e\}$, $\deg(c) = \deg(e) = 1$. Določite $\delta(G)$ in $\Delta(G)$ ter navedite primer dveh povezav, ki nista incidenčni.
2. Narišite enostavne grafe, za katere veljajo naslednje lastnosti.
 - (a) Graf ima štiri vozlišča s stopnjami: 1,2,2,3.
 - (b) Graf ima pet vozlišč s stopnjami: 1,1,2,3,4.
 - (c) Graf ima pet vozlišč s stopnjami: 1,2,2,4,5.
 - (d) Graf ima šest vozlišč in je 3-regularen.
 - (e) Graf ima pet vozlišč, pet povezav, največja stopnja vozlišč je 4, najmanjša 1.
3. Graf G je 4-regularen in ima sedem vozlišč. Koliko povezav ima?
4. Dokažite ali ovrzite navedene trditve.
 - (a) Obstaja 3-regularen graf na petih vozliščih.
 - (b) Vsak graf, ki premore kakšno vozlišče lihe stopnje, ima takšnih vozlišč sodo število.
 - (c) Vsak enostaven graf G , $|V(G)| \geq 2$, ima (vsaj) dve vozlišči iste stopnje.
 - (d) Graf, katerega število vozlišč je enako večkratniku števila štiri in ima liho število povezav, ni regularen.
5. Za vsako naravno število n definirajmo graf G_n z $V(G_n) = \{1, 2, \dots, n\}$ in $E(G_n) = \{ab; ab \text{ je sodo število}\}$. Za vsak n določite $\delta(G)$ in $\Delta(G)$. Za katera naravna števila n so grafi G_n regularni? Utemeljite.
6. Dokažite, da za vsako naravno število n obstaja graf, katerega vozlišča so stopenj $1, 1, 2, 2, 3, 3, \dots, n-1, n-1, n, n$.
7. Narišite komplemente grafov C_5 in K_4 ter jih tudi poimenujte.
8. Na Sliki 1 je prikazan graf G . Narišite komplement tega grafa.



Slika 1: Graf G iz naloge 8



Slika 2: Graf G iz naloge 9

9. Na Sliki 2 je narisani graf G .

- (a) Narišite primer podgrafa H grafa G , za katerega je $V(H) = \{a, b, e, f\}$.
- (b) Narišite primer podgrafa I grafa G , ki je induciran z vozlišči iz množice $\{a, b, e, f\}$.
- (c) Narišite primer vpetega podgrafa J grafa G .
- (d) Ali je graf H , za katerega je $V(H) = \{b, c, d, e\}$ in $E(H) = \{bc, cd, ce, de\}$, inducirani podgraf grafa G ?