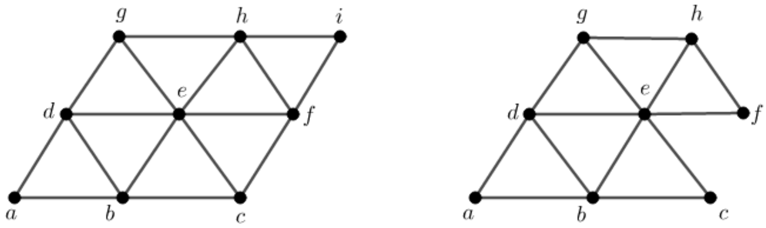
Vaje 3: Tetivni grafi

1. Zapišite popolni eliminacijski shemi grafov, prikazanih na Sliki 1.



Slika 1: Grafa iz naloge 1

2. Naj bo G tetivni graf in $\{x_1, x_2, \ldots, x_k\}$ množica vseh simplicialnih vozlišč tega grafa. Iz grafa G konstruirajmo graf G' na naslednji način: eni kopiji grafa G dodamo množico vozlišč $\{x_i', 1 \leq i \leq k\}$, vsako vozlišče x_i' iz te množice pa povežemo z vsemi vozlišči iz množice $N[x_i]$.
   Dokažite, da so vozlišča $x_i', 1 \leq i \leq k$, simplicialna v grafu G.

3. Naj bo G tetivni graf, ki ni poln. Množico vseh simplicialnih vozlišč grafa G označimo s S. Za poljubno množico $A \subseteq S$ konstruirajmo graf G_A na naslednji način. Dve kopiji grafa G povežemo tako, da vsako vozlišče iz množice A v eni kopiji povežemo z vsemi vozlišči množice A v drugi kopiji grafa G.

   (a) Ali za vsak graf G obstaja takšna množica A, da graf G_A ni tetivni? Dokažite ali navedite protiprimer.

   (b) Za poljuben graf G in poljubno množico A z lastnostjo, da je G_A tetivni graf, karakterizirajte simplicialna vozlišča grafa G_A.

4. Za vsako naravno število n definirajmo graf G_n z $V(G_n) = \{1, 2, \ldots, n\}$ in $E(G_n) = \{ab;\ ab \text{ je sodo število}\}$. Določite vsa naravna števila n, za katera so grafi G_n grafi intervalov.

5. Dokažite, da drevesa, ki so grafi intervalov, nimajo asteroidnih trojk.