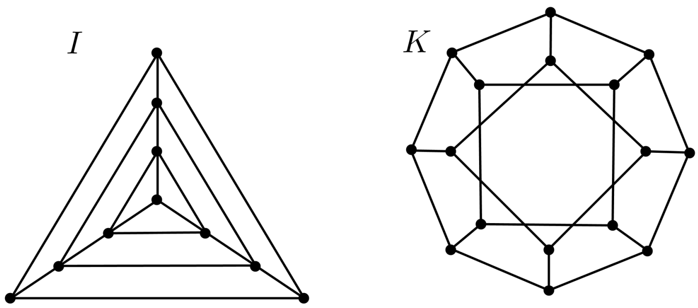
Vaje 8: Barvanje vozlišč in povezav grafov

1. Določite kromatični števili grafov I in K, prikazanih na sliki 1.



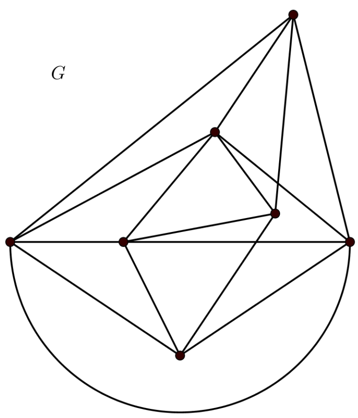
Slika 1: Grafa iz naloge 1

2. Dokažite.

   (a) Za vsak graf G velja: $\chi(G) \leq |V(G)| - \alpha(G) + 1$.

   (b) Naj bo $v \in V(G)$. Če je $deg(v) < \chi(G-v)$, potem je $\chi(G) = \chi(G-v)$.

3. Določite kromatični indeks grafa G s slike 2.



Slika 2: Graf G iz naloge 3

4. Graf Sierpińskega S_k^n (z bazo k in dimenzijo n) je definiran takole: $V(S_k^n) = \{1, 2, \ldots, k\}^n$. Dve različni vozlišči $u = (u_1, u_2, \ldots, u_n)$ in $v = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$ pa sta povezani natanko tedaj, ko obstaja $h \in \{1, 2, \ldots, n\}$:

   (a) $u_t = v_t$ za vsak $t \in \{1, 2, \ldots, h-1\}$;

   (b) $u_h \neq v_h$;

   (c) $u_t = v_h$ in $v_t = u_h$ za vsak $t \in \{h+1, \ldots, n\}$.

   Narišite grafa S_3^3 in S_4^2. Izračunajte $\chi(S_3^n)$ in $\chi'(S_k^n)$ za primere, ko je k sodo število.

5. Dokažite, da so 3-regularni Hamiltonovi grafi tipa 1.

6. Naj bo G regularen graf, ki premore presečno vozlišče.
   Dokažite: $\chi'(G) > \Delta(G)$.