

1. Ekonomija zavarovanja

Zavarovanje in teorija koristnosti

w ... vrednost premoženja

$u(w)$... funkcija koristnosti (od premoženja w)

X, Y ... naključni spremenljivki

Odločevalec daje prednost ekonomski možnosti X , če: $E[u(X)] > E[u(Y)]$.

Jensenovi neenakosti:

$$u''(w) \leq 0 \implies E[u(X)] \leq u(E[X]),$$

$$u''(w) \geq 0 \implies E[u(X)] \geq u(E[X]).$$

Največji znesek G , ki ga je lastnik še pripravljen plačati, da zavaruje premoženje w za naključno izgubo X , dobimo iz enačbe

$$u(w - G) = E[u(w - X)].$$

Najmanjšo premijo H za katero bo zavarovalnica krila tujo škodo, dobimo iz enačbe

$$u(w) = E[u(w + H - X)].$$

Uporabne formule

- Matematično upanje: $E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx$,
- Disperzija: $D(X) = E[(X - E[X])^2] = E[X^2] - E[X]^2$,
- Rodovna funkcija: $G(t) = E[t^X]$,
- Eksponentna rodovna funkcija: $M_X(t) = E[e^{tX}]$,

Če $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ je $M_X(t) = E[e^{tX}] = e^{\mu t + \frac{t^2 \sigma^2}{2}}$.

Izrek o optimalnem zavarovanju

Naj bodo za odločevalca z vsaj dvakrat odvedljivo funkcijo koristnosti u izpolnjene naslednje predpostavke:

- ima premoženje w ,
- je nenaklonjen tveganju ($u'(w) \geq 0, u''(w) \leq 0$),
- je izpostavljen naključni izgubi X z gostoto porazdelitve p ,
- je za zavarovanje te izgube pripravljen plačati premijo P ,
- zavarovalnica za plačilo premije P ponuja zavarovanja s kritjem izgube $I(X)$, ki zadošča $0 \leq I(X) \leq X$ in $E[I(X)] = \beta$.

Tedaj bo korist odločevalca največja, če bo izbral zavarovanje s kritjem izgube

$$I_d(x) = \begin{cases} 0 & ; x < d \\ x - d & ; x \geq d \end{cases},$$

kjer je d rešitev enačbe

$$\beta - \int_d^{\infty} (x - d)p(x)dx = 0.$$