2. Modeli tveganja za krajše obdobje

Modeli individualnih zahtevkov

Naključna izguba zvarovalnice

$$S = X_1 + \ldots + X_n.$$

Ločimo dva primera:

1. Vrednost zahtevka b predstavlja fiksen znesek.

   Naj bo q verjetnost za izplačilo zahtevka. Potem sta verjetnostna in porazdelitvena funkcija naključne spremenljivke X enaki:

   $$p_X(x) = \begin{cases} 1-q & ; \quad x = 0 \\ q & ; \quad x = b \\ 0 & ; \quad sicer \end{cases} \qquad F_X(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 0 \\ 1-q & ; \quad 0 \leq x < b \\ 1 & ; \quad x \geq b \end{cases}$$

   Pričakovana vrednost : $E[X] = bq$.

   Disperzija: $D(X) = E[X^2] - E[X]^2 = b^2 q(1-q)$.

2. Vrednost zahtevka B je naključna spremenljivka, ki predstavlja vrednost vseh možnih zahtevkov v nekem obdobju.

   Naključno spremenljivko X označimo z $X = IB$, kjer je I naključna spremenljivka, ki jo imenujemo **indikator** in zavzame vrednost 1 oz. $P(I = 1) = q$ v primeru pojava dogodka ter vrednost 0 oz. $P(I = 0) = 1-q$ v primeru, če se dogodek ne zgodi.

   Označimo:

   $$\mu = E[B|I = 1] \qquad \text{in} \qquad \sigma^2 = D(B|I = 1)$$

   Pričakovana vrednost : $E[X] = \mu q$.

   Disperzija: $D(X) = \mu^2 q(1-q) + \sigma^2 q$.

Modeli z več zahtevki

Naj bosta X in Y nenegativni ter neodvisni naključni spremenljivki in S naključna vsota za katero velja $S = X + Y$.

- Če sta X in Y **diskretni**, potem sta verjetnostna in porazdelitvena funkcija naključne spremenljivke S enaki:

$$p_S(s) = \sum_{y \leq s} p_X(s-y) p_Y(y) \qquad F_S(s) = \sum_{y \leq s} F_X(s-y) p_Y(y).$$

- Če sta X in Y **zvezni**, potem sta gostota verjetnosti in porazdelitvena funkcija naključne spremenljivke S enaki:

$$p_S(s) = \int_0^s p_X(s-y) p_Y(y) dy \qquad F_S(s) = \int_0^s F_X(s-y) p_Y(y) dy.$$

Konvolucijo gostot p_X in p_Y predstavlja izraz

$$p_X * p_Y = \int_0^s p_X(s-y) p_Y(y) dy = \int_0^s p_X(y) p_Y(s-y) dy.$$

Aproksimacija porazdelitve vsote naključnih spremenljivk

Uporaba normalne aproksimacije na individualnem modelu tveganja $S = X_1 + \ldots + X_n$:

1. Za vsak $i \in 1, 2, \ldots, n$ izračunamo $E[X_i]$ in $D(X_i)$.
2. Izračunamo $E[S] = \sum_{i=1}^{n} E[X_i]$ in $D(S) = \sum_{i=1}^{n} D(X_i)$.
3. Uporabimo normalno aproksimacijo za porazdelitev naključne spremenljivke S

$$\frac{S - E[S]}{\sqrt{D(S)}} \approx \mathcal{N}(0, 1).$$