

## 4. Življenjska zavarovanja

1. Podana je gostota porazdelitve bodoče življenjske dobe osebe stare  $x$  let s predpisom

$$p_{T_x}(t) = \begin{cases} \frac{1}{100} & ; 0 < t < 100 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

in jakost obresti  $\delta$ , ki znaša 0,05. Za doživljenjsko zavarovanje z izplačilom zavarovalnine v vrednosti 10000€, ki se izplača v trenutku smrti zavarovane osebe, izračunajte

- a) aktuarsko sedanjo vrednost (enkratno neto premijo),
- b) disperzijo.

2. Naj bo jakost smrtnosti  $\mu(x) = \mu$  pozitivna konstantna. Pokažite, da za vsak  $x > 0$ , velja  $\bar{A}_x = \frac{\mu}{\mu + \delta}$ .

3. Podana je funkcija jakosti smrtnosti  $\mu(x) = \frac{1}{1+x}$ , za  $x > 0$ . Pokažite, da za vsak  $x > 0$ , velja

- a)  $\bar{A}_x = 1 - \delta \int_0^{\infty} e^{-\delta t} \frac{1+x}{1+x+t} dt$ ,
- b)  $\frac{d\bar{A}_x}{dx} < 0$ .

4. Predpostavimo, da za vsako od 100 neodvisnih oseb velja

- oseba je stara  $x$  let,
- izpostavljena je konstanti jakosti smrti  $\mu = 0,04$ ,
- se zavaruje z doživljenjskim zavarovanjem za slučaj smrti v višini 10 denarnih enot z izplačilom v trenutku smrti.

Zavarovalnine bodo izplačane na podlagi donosa investicije z jakostjo obresti  $\delta$ , ki znaša 0,06. Izračunajte najmanjši znesek, ki ga mora dobiti zavarovalnica od vseh 100 zavarovanih oseb skupaj za zavarovanje, če je verjetnost, da bo zavarovalnica imela dovolj sredstev za izplačilo vseh zavarovalnin, enaka 0,95.

5. Podani sta funkcija preživetja  $s : [0, 100] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $s(x) = 1 - \frac{x}{100}$  ter jakost obresti  $\delta = 0,1$ . Izračunajte aktuarsko sedanjo vrednost

- a) doživljenjskega zavarovanja za primer smrti osebe stare 30 let, z izplačilom v vrednosti 50000€ v trenutku smrti,
- b) mešanega življenjskega zavarovanja za osebo staro 50 let za obdobje 10 let in vrednostjo izplačila v višini 50000€. Izplačilo v primeru smrti zavarovanca se zgodi v trenutku smrti.

6. Doživljenjsko zavarovanje za primer smrti je izdano osebi stari  $x$  let. Zavarovalnina v vrednosti 50 denarnih enot se izplača v trenutku smrti zavarovanca. Naj bo gostota porazdelitve bodoče življenjske dobe osebe stare  $x$  let podana s predpisom

$$p_{T_x}(t) = \begin{cases} \frac{t}{5000} & ; \quad 0 < t < 100 \\ 0 & ; \quad \text{sicer} \end{cases}$$

in naj jakost obresti znaša 0,1. Izračunajte enkratno neto premijo tega zavarovanja.

7. Podana je funkcija, ki podaja število živih oseb starih  $x$  let, s predpisom  $l_x = 100 - x$ ,  $0 \leq x \leq 100$  in jakost obrestovanja  $\delta = 0,05$ . Izračunajte aktuarsko sedanjo vrednost zavarovanja za slučaj smrti in izplačilom v trenutku smrti za obdobje 25 let za osebo staro 40 let.
8. Oseba stara  $x$  let je izpostavljena smrtnosti  $\mu = 0,04$  in sklene za 5 let odloženo doživljenjsko zavarovanje z izplačilom v trenutku smrti. Pri konstantni jakosti obrestovanja  $\delta = 0,1$  izračunajte aktuarsko sedanjo vrednost in disperzijo neto sedanje vrednosti prihodnjega izplačila za to zavarovanje.
9. Izračunajte aktuarsko sedanjo vrednost in disperzijo naključne spremenljivke neto sedanje vrednosti prihodnjega izplačila v primeru zveznega naraščajočega doživljenjskega zavarovanja za primer smrti pri konstantni jakosti smrtnosti in jakosti obrestovanja.
10. S pomočjo komutacijskih števil izrazite aktuarske sedanje vrednosti zavarovanj z izplačilom ene denarne enote ob koncu leta smrti za
- doživljenjsko zavarovanje,
  - zavarovanje za doživetje,
  - zavarovanje za primer smrti v obdobju  $n$  let,
  - letno naraščajoče doživljenjsko zavarovanje za primer smrti.

Na podlagi tablic smrtnosti (ZDA, 2014) izračunajte tudi aktuarsko sedanjo vrednost doživljenjskega zavarovanja za osebo ženskega spola, staro 25 let, z izplačilom v vrednosti 1000€ v primeru smrti.

11. 100 oseb moškega spola starih 30 let je ustanovilo sklad doživljenjskega zavarovanja, ki ob smrti vsakega izplača izbranemu preživelemu 1000€ na koncu leta, v katerem oseba umre. Dogovorili so se, da v sklad vplačajo enkratni znesek enak aktuarski sedanji vrednosti doživljenjskega zavarovanja za primer smrti na podlagi tablic smrtnosti (ZDA, 2014) in 4% obrestne mere. Po 5 letih od ustanovitve sklada je v poročilu dejanskega stanja bilo zapisano sledeče: ena smrt je nastopila v drugem in ena v petem letu. Obrestna mera v prvem letu je znašala 4%, v drugem in tretjem letu 4,5% in v četrtem in petem letu pa 5%. Kolikšna je razlika med pričakovano in dejansko vrednostjo sklada po petih letih?

12. Podana je funkcija, ki podaja število živih oseb starih  $x$  let, s predpisom  $l_x = 100 - x$ ,  $0 \leq x \leq 100$  in obrestna mera  $i = 0,05$ . Izračunajte aktuarsko sedanjo vrednost
- mešanega življenjskega zavarovanja 40 letnika za obdobje 25 let, kjer izplačilo v vrednosti ene denarne enote izplačano konec leta, ko je nastopila smrt,
  - doživljenjskega zavarovanja 40 letnika za primer smrti, kjer je izplačilo v vrednosti  $k + 1$  izplačano ob koncu leta  $k + 1$ .
13. Življenjsko zavarovanje za obdobje 3 let je definirano v spodnji tabeli.

leto $k$	izplačilo $b_k$	$q_{x+k}$
0	3	0,2
1	2	0,25
2	1	0,5

Naj bo diskontni obrestovani faktor enak 0,9 in za sedanjo vrednost izplačila velja  $Z = b_k \cdot v^{k+1}$ . Izplačilo je izplačano ob koncu leta, v katerem je nastopila smrt. Izračunajte verjetnost, da bo dejanska sedanja vrednost izplačila večja od pričakovane vrednosti izplačila.