

## Vaje 3: Dvodelni grafi

1. Ali so poti in cikli dvodelni grafi? Odgovor utemeljite.
2. Naj bo  $G$   $k$ -regularen dvodelen graf s  $k > 0$  in dvodelnim razbitjem  $V(G) = X \cup Y$ . Dokažite, da velja:  $|X| = |Y|$ .
3. Ali obstaja dvodelni graf  $G$ , za katerega velja:  $\delta(G) + \Delta(G) > |V(G)|$ ? V primeru obstoja takšnega grafa, ga narišite, sicer dokažite, da graf z navedenimi lastnostmi ne obstaja.
4. Narišite vsa paroma neizomorfna drevesa na šestih vozliščih.
5. Naj bo  $F = (V(F), E(F))$  gozd s  $c$  povezanimi komponentami. Dokažite, da je  $|E(F)| = |V(F)| - c$ .
6. Drevo  $T$  ima pet vozlišč stopnje 2, eno vozlišče stopnje 3, tri vozlišča stopnje 4 in eno vozlišče stopnje 5. Vozlišč višjih stopenj nima. Koliko vozlišč stopnje 1 premore to drevo? Izračunajte  $|V(T)|$  in  $|E(T)|$ .
7. Naj bo  $\mathcal{T}$  takšna družina dreves, da imajo vsa notranja vozlišča dreves stopnjo 3. Dokažite, da imajo drevesa družine  $\mathcal{T}$  število listov za 2 večje od števila notranjih vozlišč.
8. Naj bo  $T$  drevo, ki ima natanko štiri liste in le vozlišča stopenj največ 4. Dokažite, da ima drevo  $T$  natanko: a) eno vozlišče stopnje 4 in nobenega vozlišča stopnje 3; ali b) dve vozlišči stopnje 3 in nobenega vozlišča stopnje 4.