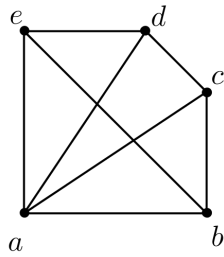


# Osnove teorije grafov

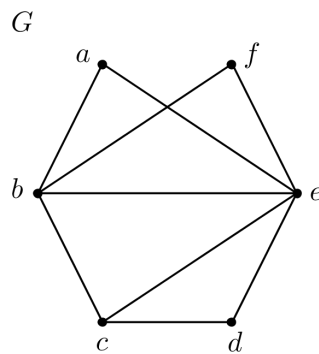
Študijsko leto: 2023/2024

## Vaje 1: Osnovne lastnosti grafov

1. Narišite enostaven graf  $G$ , za katerega je  $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $N(a) = \{b, d\}$ ,  $N(b) = \{a, c, d, e\}$ ,  $\deg(c) = \deg(e) = 1$ . Določite  $\delta(G)$  in  $\Delta(G)$  ter navedite primer dveh povezav, ki nista incidenčni.
2. Narišite enostavne grafe, za katere veljajo naslednje lastnosti.
  - (a) Graf ima štiri vozlišča s stopnjami: 1,2,2,3.
  - (b) Graf ima pet vozlišč s stopnjami: 1,1,2,3,4.
  - (c) Graf ima pet vozlišč s stopnjami: 1,2,2,4,5.
  - (d) Graf ima šest vozlišč in je 3-regularen.
  - (e) Graf ima pet vozlišč, pet povezav, največja stopnja vozlišč je 4, najmanjša 1.
3. Graf  $G$  je 4-regularen in ima sedem vozlišč. Koliko povezav ima?
4. Dokažite ali ovrzite navedene trditve.
  - (a) Obstaja 3-regularen graf na petih vozliščih.
  - (b) Vsak graf, ki premore kakšno vozlišče lihe stopnje, ima takšnih vozlišč sodo število.
  - (c) Vsak enostaven graf  $G$ ,  $|V(G)| \geq 2$ , ima (vsaj) dve vozlišči iste stopnje.
  - (d) Graf, katerega število vozlišč je enako večkratniku števila štiri in ima liho število povezav, ni regularen.
5. Za vsako naravno število  $n$  definirajmo graf  $G_n$  z  $V(G_n) = \{1, 2, \dots, n\}$  in  $E(G_n) = \{ab; ab \text{ je sodo število}\}$ . Za vsak  $n$  določite  $\delta(G)$  in  $\Delta(G)$ . Za katera naravna števila  $n$  so grafi  $G_n$  regularni? Utemeljite.
6. Dokažite, da za vsako naravno število  $n$  obstaja graf, katerega vozlišča so stopenj  $1, 1, 2, 2, 3, 3, \dots, n-1, n-1, n, n$ .
7. Narišite komplemente grafov  $C_5$  in  $K_4$  ter jih tudi poimenujte.
8. Na Sliki 1 je prikazan graf  $G$ . Narišite komplement tega grafa.



Slika 1: Graf  $G$  iz naloge 8



Slika 2: Graf  $G$  iz naloge 9

9. Na Sliki 2 je narisani graf  $G$ .

- (a) Narišite primer podgrafa  $H$  grafa  $G$ , za katerega je  $V(H) = \{a, b, e, f\}$ .
- (b) Narišite primer podgrafa  $I$  grafa  $G$ , ki je induciran z vozlišči iz množice  $\{a, b, e, f\}$ .
- (c) Narišite primer vpetega podgrafa  $J$  grafa  $G$ .
- (d) Ali je graf  $H$ , za katerega je  $V(H) = \{b, c, d, e\}$  in  $E(H) = \{bc, cd, ce, de\}$ , inducirani podgraf grafa  $G$ ?