

Pedagoška fakulteta Maribor  
Oddelek za matematiko in računalništvo  
Matematika - enopredmetni in nepedagoški študij

Izpit iz ANALIZE III (1. del)

26.1.2006

1. Dana je družina premic  $a^2y = 4(a - x)$ ,  $a > 0$ .

a) Poišči diferencialno enačbo, katere splošna rešitev je podana družina premic.

b) Poišči singularno rešitev diferencialne enačbe iz naloge a).

2. a) Znižaj red in poišči tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$3yy'^2 - y''(1 + y^2) = \frac{y'^3}{\sqrt{1 + y^2}},$$

ki zadošča pogojevma  $y(0) = 1$  in  $y'(0) = 2\sqrt{2}$ .

b) Poišči linearno neodvisni rešitvi diferencialne enačbe

$$(x^2 - 2)y'' - 2xy' + 2y = 0$$

v okolici točke  $x = 0$ .

Delitev točk po nalogah:  $40(10+30) + 60(30+30)$ .

*Čas reševanja je 60 minut.*

Pedagoška fakulteta Maribor  
Oddelek za matematiko in računalništvo  
Matematika - enopredmetni in nepedagoški študij

Izpit iz ANALIZE III (1. del)

9.2.2006

1. a) Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$(x^2 + x - 6)(y - xy') = x^2 - y^2.$$

*Namig:* Ena rešitev je linearna funkcija.

- b) S pomočjo substitucije  $2s = t^2$  poišči splošno rešitev naslednjega sistema diferencialnih enačb:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= ty \\ \dot{y} &= 4t(-x + y) \\ \dot{z} &= t(-2x + y + 2z),\end{aligned}$$

kjer je  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$  in  $z = z(t)$ .

2. Poišči ekstremalo funkcionala:

$$F(y) = \int_1^e \frac{2xy + x^2y'^2 + y^2}{x} dx,$$

za katero velja  $y(1) = \frac{3}{2}$  in  $y(e) = 2e$ .

Delitev točk po nalogah:  $70(30+40) + 30$ .  
*Čas reševanja je 60 minut.*

Pedagoška fakulteta Maribor  
Oddelek za matematiko in računalništvo  
Matematika - enopredmetni in nepedagoški študij

Izpit iz ANALIZE III (1. del)

24.8.2006

1. Tangenta na krivuljo  $K$  v točki  $T(x, y)$  seka ordinatno os v točki  $A$ . Določi enačbo krivulje  $K$ , če veš, da sta točki  $A$  in  $T$  enako oddaljeni od izhodišča.

2. Reši diferencialno enačbo

$$y = 2xy' + \ln y'.$$

3. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$x^2 y'' - 5xy' + 10y = \frac{x^3}{\sin^3(\ln x)}.$$

Delitev točk po nalogah: 30+30+40.

*Čas reševanja je 60 minut.*

Pedagoška fakulteta Maribor  
Oddelek za matematiko in računalništvo  
Matematika - enopredmetni in nepedagoški študij

Izpit iz ANALIZE III (1. del)

7.9.2006

1. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$\frac{1}{2}y' - (x+1)y = \sqrt{y}xe^x.$$

2. Poišči ekstremale funkcionala

$$F(y) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (y'^2 - y \cos x) dx$$

pri pogojih

$$y(0) = \frac{1}{2}, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad \text{in} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} y dx = 1.$$

3. Poišči linearno neodvisni rešitvi diferencialne enačbe

$$x^2y'' + (x - x^2)y' - y = 0$$

v okolici točke  $x = 0$  in rešitvi zapiši s pomočjo elementarnih funkcij.

Delitev točk po nalogah: 30+30+40.

*Čas reševanja je 60 minut.*