

1. kolokvij iz ANALIZE III

22.12.2003

1. a) Poišči tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$(x + 1)y' = (2x + 1)y^2 + (8x + 1)y + 2(4x - 1),$$

ki poteka skozi točko $T(1, -\frac{7}{5})$. Namig: Ena rešitev je konstantna funkcija.

- b) Reši diferencialno enačbo drugega reda:

$$yy''^2 + 2yy'y'' - y'^3 = 0.$$

2. Poišči prvi integral enačbe:

$$(y + 2xy + y^2)dx + (x - 2xy - x^2)dy = 0,$$

če veš, da je integrirajoči faktor oblike $\mu = \mu(xy)$.

3. Poišči ortogonalne trajektorije družine krivulj:

$$(x^2 + y^2)^2 = axy.$$

4. Poišči splošno rešitev sistema linearnih diferencialnih enačb s konstantnimi koeficienti:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x + z + 6 - 3t \\ \dot{y} &= x + 2y + 2z - t \\ \dot{z} &= z - 2,\end{aligned}$$

kjer je $x = x(t)$, $y = y(t)$ in $z = z(t)$.

Delitev točk po nalogah: $30(15 + 15) + 20 + 25 + 25$.

2. kolokvij iz ANALIZE III

31.3.2004

1. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$x^2 y'' + 3xy' + y = \frac{6\sqrt{\ln x^2 - 1}}{x}.$$

2. Poišči ekstremalo funkcionala

$$F(y) = \int_0^\pi (y'^2 - y^2 + 8y(x-2)\cos x) dx,$$

za katero velja $y(\pi) = -\pi$.

3. Funkcijo $f(x) = x \cos x$ razvij v Fourierovo vrsto na intervalu $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ in s pomočjo dobljenega rezultata izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}(2k-1)}{(4(2k-1)^2-1)^2}.$$

4. Poišči linearno neodvisni rešitvi diferencialne enačbe

$$xy'' + 2y' + xy = 0$$

v okolici točke $x = 0$ in rešitvi zapiši s pomočjo elementarnih funkcij.

Naloge so enakovredne.