

Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika - nepedagoški in enopredmetni študij

1. kolokvij iz ANALIZE III

25.11.2004

1. Tangenta na krivuljo K v točki $T(x, y)$ seka ordinatno os v točki, ki je enako oddaljena od izhodišča in točke T . Določi enačbo krivulje K .
2. Naj bosta m in n celi števili.

a) Poišči prvi integral enačbe:

$$xy(x + 3y)dx + x^2(x + y)dy = 0,$$

če veš, da je integrirajoči faktor oblike $\mu = x^m y^n$.

b) Določi $\mu = \mu(x^m y^n)$ tako, da bo izraz:

$$3y\mu dx + x(2 - 3 \ln x - 2 \ln y)\mu dy$$

popoln diferencial.

3. Znižaj red in reši diferencialno enačbo:

$$y'(y' + e^{\frac{y''}{y'}}) = yy''.$$

4. Reši sistem linearnih diferencialnih enačb drugega reda:

$$\begin{aligned}\ddot{x} - 4x + \ddot{y} - 4y &= 0 \\ \ddot{x} + 20\dot{x} + 5\ddot{y} - 4\dot{y} &= 0\end{aligned}$$

kjer je $x = x(t)$ in $y = y(t)$. *Namig:* Dani sistem preuredi v sistem linearnih diferencialnih enačb prvega reda.

Naloge so enakovredne.

2. kolokvij iz ANALIZE III

4.2.2005

1. a) Poišči homogeno linearno diferencialno enačbo s konstantnimi koeficienti najnižjega reda, katere rešitve so med drugim funkcije $y_1 = 1$, $y_2 = x$ in $y_3 = e^{-x} \cos x$.
- b) Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$x^2 y'' + xy' + y = \frac{\ln^2 x + 2}{\ln^3 x}.$$

2. Poišči ekstremale funkcionala

$$F(y) = \int_0^1 xy \, dx$$

pri pogojih

$$y(0) = y(1) = 0 \quad \text{in} \quad \int_0^1 y'^2 \, dx = 1.$$

3. Funkcijo $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ podano s predpisom $f(x) = x(\pi - x)$ razvij v Fourierovo vrsto po samih sinusih in s pomočjo dobljenega rezultata izračunaj vsoto vrste

$$1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \dots$$

4. Poišči linearno neodvisni rešitvi diferencialne enačbe

$$xy'' + 2y' - xy = 0$$

v okolici točke $x = 0$ in rešitvi zapiši s pomočjo elementarnih funkcij..