

Vaje 1: Linearna kombinacija

Naloge na vajah:

1. Dokaži, da če so vektorji \vec{a} , \vec{b} in \vec{c} linearno neodvisni, potem so tudi vektorji $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b} + \vec{c}$ in $\vec{c} + \vec{a}$ linearno neodvisni.
2. Vektor $\vec{a} = 9\vec{i} + 4\vec{j}$ razstavi v smeri vektorjev $\vec{p} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ in $\vec{q} = \vec{i} + 2\vec{j}$.
3. Ali so vektorji $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ in $\vec{c} = -\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$ komplanarni?
4. Podan je pravilni šestkotnik $ABCDEF$ in $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ter $\vec{b} = \overrightarrow{AF}$.
 - (a) Vektorje \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{FC} izrazi kot linearno kombinacijo vektorjev \vec{a} in \vec{b} .
 - (b) V kakšnem razmerju deli diagonala BD diagonalo AC ?
5. Vektorja \vec{a} in \vec{b} določata trikotnik. V kakšnem razmerju simetrala kota, ki ga določata \vec{a} in \vec{b} , razdeli nasprotno stranico?
6. Paralelepiped $ABCD A' B' C' D'$ ima za osnovno ploskev paralelogram $ABCD$, točke A', B', C', D' pa zaporedoma ležijo nad točkami A, B, C, D . Točka E je presek diagonalne ploskve $BCC' B'$. V kakšnem razmerju odreže paralelogram $BB' D' D$ daljico AE ?

Samostojno reši: [1, Naloge: 10, 14, 18], [2, Naloge: 1, 37, 39] in [3, Naloge: 1, 3, 4].

Primeri izpitnih nalog:

1. Naj bo $ABCD A' B' C' D'$ paralelepiped. Dokaži, da njegova telesna diagonala AC' prebada ravnino, ki jo določajo točke B, A' in D , v težišču trikotnika $\triangle BA'D$.
2. V tetraedru $ABCD$ naj točka E razdeli stranico AC v razmerju $AE : EC = 2 : 1$, točka F stranico AD v razmerju $AF : FD = 1 : 1$ in točka G stranico BC v razmerju $BG : GC = 4 : 1$. Točke E, F in G določajo ravnino, ki seka stranico BD v točki T . V kakšnem razmerju točka T deli stranico BD ?
3. Dan je paralelogram $ABCD$. Na daljici AB leži točka B' in na daljici AD leži točka D' . Skozi točko B' potegnemo vzporednico z AD in skozi D' potegnemo vzporednico z AB , le-ti se sekata v točki C' . Dokaži, da se nosilke daljic $B'D, BD'$ in CC' sekajo v eni točki.

Literatura

- [1] M. Dobovišek, D. Kobal, B. Magajna: Naloge iz algebre I, DMFA, Ljubljana 1992.
- [2] M. Kolar, B. Zgrablić: Več kot nobena a manj kot tisoč in ena rešena naloga iz linearne algebre, Pitagora, Ljubljana 1996.
- [3] B. Zgrablić: Algebrski drobiž, Pedagoška fakulteta, Ljubljana 2002.