

Vaje 3: Premica in ravnina

Naloge na vajah:

1. V vseh treh oblikah zapiši enačbo premice p , ki poteka skozi točki $A(2, 1, 3)$ in $B(-1, 3, -2)$. Ali točki $C(-4, 5, -7)$ in $D(8, -3, 1)$ ležita na premici p ?

2. Izračunaj presečišče premic:

$$\begin{aligned} p: \quad x &= 1 + 2t, \quad y = -1 + 3t, \quad z = -6t, \quad t \in \mathbb{R}; \\ q: \quad x &= -3 + 2s, \quad y = -1 + s, \quad z = -2s, \quad s \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Zapiši tudi enačbi simetral kotov med premicama p in q .

3. Dani sta premici $p: x = y - 1, z = 2$ in $q: x + 1 = 2y + 2 = 2z$.

(a) Izračunaj razdaljo med premicama p in q .

(b) Zapiši enačbo premice, ki seka premici p in q pod pravim kotom.

4. Pod kakšnim kotom se sekata ravnini $\pi: 2x + 3y - z = -1$ in $\Sigma: x - y + z = 8$ in kaj je njun presek?

5. Zapiši enačbo ravnine π , ki vsebuje premico $p: x = y - 1 = \frac{z}{2}$ in je pravokotna na ravnino $\Sigma: x + z = 0$. V katerih točkah ravnina π seka koordinatne osi?

6. Med točkami, ki so enako oddaljene od točk $A(3, 4, 1)$ in $B(-1, 0, 5)$, poišči tisto, ki je najbližja točki $C(6, 5, -4)$.

7. Na kroglo s središčem $S(4, 0, 2)$ in polmerom $r = 15$ položi tangentno ravnino, ki je vzporedna z ravnino $10x - 11y - 2z = -3$ in zapiši njeno enačbo.

8. Poišči pravokotno projekcijo premice $p: x = 2y = z$ na ravnino $\pi: x + y - z = 1$. Pod katerim kotom premica p seka ravnino π ?

9. Kam izven krogle s središčem $S(1, 1, 1)$ in polmerom $r = 2$ je treba postaviti točkasto svetilo, da bo osvetljen tisti del oble, ki ga odreže ravnina $x + y = 0$?

10. Skozi točko $T(0, -1, 1)$ položi premico r , ki seka premici $p: \frac{x+3}{2} = 2 - y = z$ in $q: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = z - 1$.

Samostojno reši: [1, Naloge: 99, 114, 121], [2, Naloge: 14, 23, 35] in [3, Naloge: 26, 30, 36].

Primeri izpitnih nalog:

1. Presek ravnin $x + y - z = 2$ in $2x - y = 4$ je premica p . Določi premico q , ki seka premico p pod pravim kotom in gre skozi točko $T(2, 1, -2)$.
2. Dani sta ravnini $\pi : x - y + z = 1$ in $\Sigma : 2x + y - 2z = 1$. Premica p naj bo presek ravnin π in Σ . Če vsako točko $T \in \pi$ prezrcalimo čez ravnino Σ dobimo ravnino π' , ki je zrcalna slika ravnine π glede na ravnino Σ .
 - (a) Zapiši enačbo premice p .
 - (b) Zapiši enačbo ravnine π' .

3. Med vsemi točkami, ki so enako oddaljene od premic

$$p : x - 1 = 2 - 2y, z = 3 \quad \text{in} \quad q : x = y = z$$

poišči tisto, ki je najbližje točki $T(1, 2, 1)$.

4. Naj bo \mathcal{A} množica tistih točk iz \mathbb{R}^3 , ki so enako oddaljene od točk $A(1, 1, 0)$, $B(-1, 2, 1)$ in $C(0, 0, 2)$.
 - (a) Ugotovi, kaj geometrijsko predstavlja množica \mathcal{A} in zapiši njeno enačbo.
 - (b) Poišči vse take točke $D \in \mathcal{A}$, da bo $\angle ADC$ pravi kot v piramidi $ABCD$ in izračunaj še volumen te piramide.
5. Naj bo S sfera določena z enačbo $(x - 2)^2 + y^2 + z^2 = 2$ in p premica, ki je presek ravnin $x + z = 2$ in $5x - 2z = 3$.
 - (a) Zapiši enačbo premice p in določi medsebojni odnos premice p in sfere S ?
 - (b) Poišči enačbe vseh ravnin, ki potekajo skozi izhodišče, se dotikajo sfere S in so vzporedne premici p .

Nalogo opremi s pregledno skico!

Literatura

- [1] M. Dobovišek, D. Kobal, B. Magajna: Naloga iz algebre I, DMFA, Ljubljana 1992.
- [2] M. Kolar, B. Zgrablić: Več kot nobena a manj kot tisoč in ena rešena naloga iz linearne algebre, Pitagora, Ljubljana 1996.
- [3] B. Zgrablić: Algebrski drobiž, Pedagoška fakulteta, Ljubljana 2002.