

## Vaje 3: Premica in ravnina

Naloge na vajah:

1. V vseh treh oblikah zapiši enačbo premice  $p$ , ki poteka skozi točki  $A(2, 1, 3)$  in  $B(-1, 3, -2)$ . Ali točki  $C(-1, 3, -2)$  in  $D(8, -3, 1)$  ležita na premici  $p$ ?
2. Zapiši enačbo premice  $q$ , ki poteka skozi točko  $A(2, 3, 1)$  in je vzporedna s premico  $\frac{x-1}{2} = 1 - y = \frac{1-z}{3}$ .
3. Izračunaj presečišče premic:

$$\begin{aligned} p: \quad x &= 1 - 3t, \quad y = 2t, \quad z = 2 + t, \quad t \in \mathbb{R}; \\ q: \quad x &= 2 + s, \quad y = -6 - 2s, \quad z = -1 - s, \quad s \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Zapiši tudi enačbo simetrale kota med premicama  $p$  in  $q$ .

4. V vseh treh oblikah zapiši enačbo ravnine  $\pi$ , ki poteka skozi točke  $A(2, -3, 1)$ ,  $B(0, -3, 2)$  in  $C(4, 0, -1)$ . Ali točka  $D(2, 3, 1)$  leži na ravnini  $\pi$ ? Izračunaj tudi preseke ravnine  $\pi$  s koordinatnimi osmi.
5. Zapiši enačbo množice točk, ki so enako oddaljene od točk  $A(3, 4, 1)$  in  $B(-1, 0, 5)$ .
6. Izračunaj presečišče in kot pod katerim premica  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{5} = z - 1$  prebada ravnino  $2x + 3y + z = 14$ .
7. Pod kakšnim kotom se sekata ravnini  $\pi : 2x + 3y - z = -1$  in  $\Sigma : x - y + z = 8$  in kaj je njun presek?
8. Poišči pravokotno projekcijo premice  $p : x = 2y = z$  na ravnino  $\pi : x + y - z = 1$  in zapiši pravokotnico, ki poteka skozi točko  $T(2, 1, 1)$ .
9. Izračunaj razdaljo točke  $T(2, 2, 0)$  od
  - (a) premice  $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{5}$ ;
  - (b) ravnine  $2x - 3y + z = 5$ .
10. Na kroglo s središčem  $S(4, 0, 2)$  in polmerom  $r = 15$  položi tangentno ravnino, ki je vzporedna z ravnino  $10x - 11y - 2z = -3$  in zapiši njeno enačbo.

Samostojno reši: [1, Naloge: 185, 190, 198], [3, Naloge: 14, 19, 23] in [2, Naloge: 91, 96, 118].

## Primeri izpitnih nalog:

1. Dana je ravnina  $\pi : x + 2y - z = 0$  in točki  $P(2, -1, 2)$ ,  $Q(0, 3, 0)$ . Poišči množico točk v ravnini  $\pi$ , ki so od  $P$  in  $Q$  enako oddaljene. Zapiši njeno enačbo!
2. Dana je ravnina  $\pi : x - 4y + 2z = 7$  in premica  $p$ , ki je presek ravnin  $x - 2y - 4z = -3$  in  $2x + y - 3z = -1$ .
  - (a) Zapiši enačbo premice  $p$  in izračunaj presečišče premice  $p$  z ravnino  $\pi$ .
  - (b) Zapiši enačbo premice  $q$ , ki leži v ravnini  $\pi$ , je pravokotna na premico  $p$  in poteka skozi točko, kjer  $p$  prebode ravnino  $\pi$ .
3. Naj bosta  $p : x = y = z$  in  $q : 2x = 3y = 6z$  premici v prostoru  $\mathbb{R}^3$  ter  $\Sigma$  ravnina, ki vsebuje premici  $p$  in  $q$ . Naj bo  $\mathcal{A}$  zrcaljenje čez premico  $p$  in  $\mathcal{B}$  zrcaljenje čez ravnino  $\Sigma$ .
  - (a) Zapiši normalno enačbo ravnine  $\Sigma$  in parametrično enačbo premice  $\mathcal{A}(q)$ .
  - (b) Določi množico točk  $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$  za katere velja  $\mathcal{A}\vec{x} = \mathcal{B}\vec{x}$ . Zapiši njeno enačbo!
4. Skozi točko  $T(0, -1, 1)$  položi premico  $r$ , ki seka premici  $p : \frac{x+3}{2} = 2 - y = z$  in  $q : \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = z - 1$ .
5. Ugotovi, kaj geometrijsko predstavlja množica tistih točk iz  $\mathbb{R}^3$ , ki so enako oddaljene od točk  $A(1, 1, 0)$ ,  $B(-1, 2, 1)$  in  $C(0, 0, 2)$  ter zapiši njeno enačbo.

## Literatura

- [1] E. Kramar: Rešene naloge iz Linearne algebre, DMFA, Ljubljana 1994.
- [2] M. Dobovišek, D. Kobal, B. Magajna: Naloge iz algebre I, DMFA, Ljubljana 1992.
- [3] M. Kolar, B. Zgrablić: Več kot nobena a manj kot tisoč in ena rešena naloga iz linearne algebre, Pitagora, Ljubljana 1996.