

Izpit iz Višje Algebre

(26.8.1998)

1. Naj bo p_i i -to praštevilo ($p_1 = 2, p_2 = 3, \dots$) in $a_n = p_1 p_2 \dots p_n + 1$. Pokaži, da za vsak $n \in \mathbb{N}$ število a_n ni popoln kvadrat.

Nasvet: Pokaži, da za vsak $n \in \mathbb{N}$ velja $a_n \equiv 3 \pmod{4}$.

2. Poišči vse ničle polinoma $9 + 9x + 3x^2 + x^3$.
3. Naj bodo a, b in c ničle polinoma $3x^3 + 45x^2 - 7x - 12$. Izračunaj $a^4 b^4 c^2 + a^4 b^2 c^4 + a^2 b^4 c^4$.
4. Naj bo G grupa, H in K pa njeni podgrupi. Pokaži, da velja

$$[H : H \cap K] \leq [G : K].$$

Izpit iz Višje Algebre

(9.9.1998)

1. Naj bo n tako naravno število, da po tem ko zberemo neko njegovo cifro dobimo število, ki je 9-krat manjše in tudi deljivo z 9. Poišči vsaj dve taki števili.
2. Koliko nerealnih ($\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$) ničel ima polinom $7 + 7x^2 - 13x^4 + x^6$?
3. Naj bo $n \in \mathbb{N}$ in G množica vseh ničel polinoma $x^n - 1$. Pokaži, da je G Abelova grupa za operacijo množenja kompleksnih števil.
4. Poišči vse neizomorfne Abelove grupe moči 136125.

Izpit iz Višje Algebre

(21.1.1999)

1. Izračunaj ostanek pri deljenju $1^5 + 2^5 + 3^5 + \dots + 99^5 + 100^5$ s 4.
2. Poišči ničle polinoma $6x^3 + 2x^2 + 11x - 10$.
3. Naj bodo a, b in c ničle polinoma $2x^3 - 3x^2 + 7$. Izračunaj $a^3 b + a^3 c + b^3 a + b^3 c + c^3 a + c^3 b$.
Nasvet: Ne išči ničel polinoma.
4. Naj bo $G = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0, x \neq 1\}$ in naj bo $\cdot : G \times G \rightarrow \mathbb{R}$ binarna operacija definirana s predpisom $a, b \in G, \quad a \cdot b = a^{\log b}$. Pokaži, da je (G, \cdot) Abelova grupa.

Izpit iz Višje Algebre

(4.2.1999)

1. Izračunaj ostanek $507^{521} + 205^{215}$ pri deljenju s 13.
2. Koliko realnih ničel ima polinom $x^5 - 2x^3 + 7x - 2$? Koliko jih je večjih od 0?
3. Poišči vse ničle polinoma $8y^3 - 96y^2 + 432y - 1215$.
4. Poišči vse neizomorfne Abelove grupe moči 2600.

Izpit iz Višje Algebre

(15.4.1999)

1. Reši diofantsko enačbo $1101101x + 1101y = 3$.
2. Poišči vse ničle polinoma $x^3 - 12x + 8\sqrt{2}$.
3. Naj bodo a, b in c ničle polinoma $2x^3 + 5x^2 - 3x - 1$. Izračunaj $a^2 b^2 + a^2 c^2 + b^2 c^2$.
4. Naj bo (G, \cdot) grupa in naj bo $A = \{x \cdot y \cdot x^{-1} \cdot y^{-1} \mid x, y \in G\}$ njena podmnožica. Pokaži, da je G Abelova grupa natanko takrat, ko množica A vsebuje le enoto grupe G .