

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za biologijo
Ekologija z naravovarstvom
Biologija

PRVI DEL PISNEGA IZPITA IZ MATEMATIKE

Maribor, 18. 12. 2009

1. Z matematično indukcijo pokaži, da za poljubno naravno število n velja

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(4n^2 - 1)}{3}. \quad (25)$$

2. (a) Naj bo podano kompleksno število $w = \frac{\sqrt{3}-i}{2}$. Izračunaj

$$\overline{w^{2009}} \quad \text{in} \quad |w^{2009}|. \quad (15)$$

- (b) V kompleksni ravnini nariši množico

$$A = \{z \in \mathbb{C} \mid \text{Im}(\bar{z}) = \text{Im}(z^2)\}. \quad (10)$$

3. Poišči vse realne rešitve neenačbe

$$|x^2 - 3| < |2x|. \quad (20)$$

4. Naj bosta podani funkciji $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; x < -1 \\ \sqrt{x+1} & ; x \geq -1 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 1 \\ 1 & ; x \geq 1 \end{cases}.$$

- (a) Ali sta funkciji f in g injektivni oz. surjektivni? Odgovor utemelji. (10)

- (b) Zapiši predpis funkcij $f \circ g$ in $g \circ f$. (20)

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za biologijo
Ekologija z naravovarstvom
Biologija

DRUGI DEL PISNEGA IZPITA IZ MATEMATIKE

Maribor, 22. 1. 2010

1. Naj bo podano zaporedje $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ s splošnim členom

$$a_n = \frac{4n^2 + 2n + 3}{2n^2 + 1}.$$

- (a) Pokaži, da je zaporedje padajoče in navzdol omejeno ter izračunaj njegovo limito. (15)

- (b) Od katerega člena zaporedja naprej bodo vsi členi zaporedja od limite oddaljeni za manj kot $\frac{1}{1000}$? (10)

2. Poišči realni konstanti a in $b \neq 0$, da bo funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2a \sin(x-1)}{b(x^3-1)} & ; \quad x < 1 \\ b & ; \quad 1 \leq x \leq 2 \\ \frac{a(x^2-4)}{\sqrt{x-1}-1} & ; \quad x > 2 \end{cases}$$

zvezna. (20)

3. Določi enačbo tangente in enačbo normale na graf funkcije $f(x) = \frac{x}{x+4}$ v točki $T(1, y_0)$. (15)

4. Poišči takšni realni števili $x, y \in [1, 10]$, da je $x \cdot y = 10$ in je njuna vsota najmanjša možna. (20)

5. Integriraj

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} \quad \text{in} \quad \int \cos x \cdot \ln(\sin x) dx. \quad (20)$$

Opomba: rešitve integralov s pomočjo priročnika ne bodo upoštevane.