

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za biologijo
Ekologija z naravovarstvom
Biologija

PRVI DEL PISNEGA IZPITA IZ MATEMATIKE

Maribor, 17. 12. 2010

1. Dokaži, da za vsako naravno število n velja:

$$9 \mid 3 \cdot 4^{n+1} + 10^{n-1} - 4. \quad (20)$$

2. (a) V množici kompleksnih števil \mathbb{C} eksplicitno poišči vse rešitve enačbe:

$$\operatorname{Re}(z^2) + i \cdot \operatorname{Im}(\bar{z} \cdot (1 + 2i)) = -3. \quad (15)$$

(b) Za katera naravna števila n je število $w_n = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{4}\right)^n$ realno? Ali obstaja tako naravno število n , da ima število w_n realni del enak imaginarnemu delu? Odgovor utemelji. (15)

3. Poišči vse rešitve neenačbe:

$$|x^2 - 1| - |x| < x^2. \quad (20)$$

4. Naj bo podana funkcija $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} & ; \quad 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{x}{x-1} & ; \quad x > 1 \end{cases}.$$

(a) Dokaži, da je funkcija f injektivna in ni surjektivna. (15)

(b) Poišči predpis funkcije $f \circ f$. (15)

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za biologijo
Ekologija z naravovarstvom
Biologija

DRUGI DEL PISNEGA IZPITA IZ MATEMATIKE

Maribor, 27. 01. 2011

1. Zaporedje $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ je podano s splošnim členom

$$a_n = \frac{2n - 1}{3n - 2}.$$

- (a) Izračunaj prvih pet členov zaporedja, dokaži, da je zaporedje monotono ter izračunaj njegovo limito. **(20)**
- (b) Od katerega člena naprej se v danem zaporedju vsi nadaljnji členi od limite razlikujejo za manj kot $\epsilon = \frac{1}{1000}$? **(10)**

2. Izračunaj limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2},$ **(10)**

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{3}{x}}.$ **(5)**

3. Zapiši enačbo tangente in normale na graf funkcije $f(x) = \frac{1-e^{\frac{x}{2}}}{x+1}$ v njenem presečišču z osjo y in poišči tisto točko na normali, ki je od točke $T(3, 1)$ najmanj oddaljena. **(30)**
4. Izračunaj ploščino lika L , ki ga omejujeta grafa funkcij $f(x) = -x^2 + 2$ in $g(x) = |x|$. Kolikšen je volumen vrtenine, ki jo dobimo, če lik L zavrtimo okoli osi x za kot 2π ? **(25)**