

Univerza v Mariboru  
Fakulteta za naravoslovje in matematiko  
Oddelek za biologijo  
Ekologija z naravovarstvom  
Biologija

## IZPIT IZ MATEMATIKE

Maribor, 09. 02. 2011

1. Z matematično indukcijo dokaži, da za vsak  $n \in \mathbb{N}$  velja:

$$1 + \frac{2}{2^1} + \frac{3}{2^2} + \frac{4}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^{n-1}} = 4 - \frac{n+2}{2^{n-1}}. \quad (20)$$

2. Naj bo podano kompleksno število  $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . Izračunaj  $z^6$ . (15)

3. Izračunaj limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin x},$  (10)

(b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}.$  (10)

4. Izračunaj ničle in pole, določi asimptote ter s pomočjo pomena prvih dveh odvodov nariši graf funkcije

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 5}. \quad (25)$$

5. V prvem kvadrantu izračunaj ploščino enega izmed likov, ki ga omejujejo krivulje  $y = 0$ ,  $y = x - 2$  in  $y = -x^2 + 5x - 4$ . (20)

## IZPIT IZ MATEMATIKE

Maribor, 22. 04. 2011

1. Skiciraj množico kompleksnih števil, ki zadoščajo enačbi:

$$z^6 - 7iz^3 + 8 = 0. \quad (20)$$

2. Poišči naravno definicijsko območje funkcije  $f(x) = \ln \frac{1-x^2}{x^2+x-2}$ . (10)

3. Zaporedje  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  je podano rekurzivno:

$$a_1 = 3 \text{ in } a_{n+1} = \sqrt{5a_n - 4}.$$

Dokaži, da je zaporedje omejeno in monotono ter izračunaj limito. (20)

4. Izračunaj limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\sin(2x)},$  (10)

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}.$  (10)

5. Naj bo podana funkcija  $f(x) = xe^{-x^2}$ .

(a) Z upoštevanjem prvih dveh odvodov skiciraj graf funkcije  $f$ . (20)

(b) Kolikšna je ploščina lika, ki ga graf funkcije  $f$  omejuje z osjo  $x$  na intervalu  $[1, 3]$ ? (10)

## IZPIT IZ MATEMATIKE

Maribor, 15. 06. 2011

1. V kompleksni ravnini nariši množico vseh kompleksnih števil  $z$ , ki zadoščajo pogojema:

(a)  $|3z + 5 - 6i| \geq 8$ , (10)

(b)  $|z + 3i| = |z + 3|$ . (10)

2. Geometrijsko zaporedje  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  je podano s predpisom  $a_{n+1} = q^n \cdot a_1$ , pri čemer je prvi člen  $a_1$  rešitev enačbe  $4^{2x} \cdot (2^{-3} \cdot \sqrt{2})^x = 64$ , drugi člen  $a_2$  pa rešitev enačbe  $\log_9 \sqrt{27 + 2 \cdot 3^x} = 1$ . Izračunaj  $q$  in  $a_{11}$ . (25)

3. Izračunaj ničle, stacionarne točke, prevoje ter zapiši območja naraščanja, padanja, konveksnosti in konkavnosti funkcije

$$f(x) = xe^{2x+3}.$$

Graf funkcije tudi nariši. (25)

4. Zapiši enačbo normale na krivuljo  $y = x^2 + e^{2x} + 3x$  v njenem presečišču z ordinatno osjo. (15)

5. Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujeta krivulji  $xy = 6$  in  $x + y - 7 = 0$ . (15)

## IZPIT IZ MATEMATIKE

Maribor, 29. 06. 2011

1. V množici kompleksnih števil reši enačbi:

(a)  $z^4 - 5iz^2 - 4 = 0,$  (10)

(b)  $|z| + z = 3 - i.$  (10)

2. Poišči vse realne rešitve neenačbe  $\left|\frac{x-2}{x-6}\right| > 1.$  (20)

3. Izračunaj:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{\sin 2x},$  (10)

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n+3}\right)^n.$  (10)

4. Določi asimptote, pole, izračunaj ničle in s pomočjo pomena prvih dveh odvodov skiciraj graf funkcije

$$f(x) = \frac{x-2}{x^2}.$$

(20)

5. Izračunaj:

(a)  $\int x e^{4x} dx,$  (10)

(b)  $\int \frac{x+1}{x^2+2x+5} dx.$  (10)

## IZPIT IZ MATEMATIKE

Maribor, 07. 09. 2011

1. Z matematično indukcijo pokaži, da za poljubno naravno število  $n$  velja

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + 4 \cdot 4! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1. \quad (20)$$

2. Dano je kompleksno število  $z = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ . Izračunaj  $z^8$ . (20)

3. Izračunaj  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+4}{n-2} \right)^n$ . (15)

4. Dana je funkcija  $f(x) = (2x + 1)e^{2x}$

(a) Zapiši enačbo normale na graf funkcije  $f$  v točki  $x = 0$ . (15)

(b) Poišči ekstreme funkcije  $f$ . (10)

5. Izračunaj volumen rotacijskega telesa pri vrtenju krivulje grafa funkcije

$$f(x) = \sqrt{4xe^{2x}}$$

okoli osi  $x$  na intervalu  $[0, 1]$ . (20)