

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTNEGA RAČUNA IN STATISTIKE

Maribor, 30. 01. 2009

Ime in priimek:

Vpisna številka:

1. Na polkrožici s premerom $|AB| = 2r$ naključno izberemo točko C . Kolikšna je verjetnost, da bo trikotnik ABC imel ploščino manjšo od $\frac{r^2}{2}$?
2. Slučajna spremenljivka X je podana z verjetnostno shemo

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{18} & a + \frac{1}{9} & 2b + \frac{1}{6} & \frac{1}{9} & \frac{2}{9} \end{pmatrix}.$$

Določi števili a in b , če je matematično upanje $E(X) = 2$.

3. Pri igri 20 kart vsak izmed štirih igralcev dobi 5 kart. Slučajna spremenljivka X naj bo število asov, slučajna spremenljivka Y pa število kraljev, ki jih dobimo pri deljenju kart (v igri imamo 4 ase in 4 kralje). Zapiši verjetnostno tabelo in robni porazdelitvi slučajnega vektorja (X, Y) . Ali sta slučajni spremenljivki X in Y neodvisni? Odgovor utemelji.
4. Med študenti, ki so opravljali pisni izpit iz Osnov verjetnostnega računa in statistike, smo izbrali vzorec 15 študentov. Njihovi dosežki v odstotkih so bili:

18, 18, 33, 41, 50, 50, 50, 58, 58, 62, 73, 76, 76, 90, 95.

- (a) Izračunaj vzorčno povprečje \bar{X} in vzorčni standardni odklon S . Določi tudi modus, mediano in kvartile.
- (b) Na stopnji zaupanja 0,95 določi interval zaupanja za populacijsko povprečje.
- (c) Na stopnji značilnosti $\alpha = 0,05$ testiraj hipotezo, da je standardni odklon na populaciji enak 20.

Naloge so enakovredne.

IZPIT IZ VERJETNOSTNEGA RAČUNA IN STATISTIKE

Maribor, 30. 01. 2009

Ime in priimek:

Vpisna številka:

1. Na polkrožici s premerom $|AB| = 2r$ naključno izberemo točko C . Kolikšna je verjetnost, da bo trikotnik ABC imel ploščino manjšo od polovice največje tako nastale ploščine?
2. Igralni kovanec, katerega verjetnost, da pade grb je $p > 0$, mečemo tako dolgo, dokler zaporedoma ne vržemo različnih simbolov. Slučajna spremenljivka X naj bo število metov, ki jih pri tem potrebujemo. Zapiši verjetnostno in porazdelitveno funkcijo slučajne spremenljivke X ter določi še matematično upanje $E(X)$.
3. Mečemo dve pošteni igralni kocki. Slučajna spremenljivka X naj predstavlja največjo vrednost na padlih kockah, slučajna spremenljivka Y pa absolutno razliko med padlima vrednostima na obeh kockah. Zapiši verjetnostno tabelo slučajnega vektorja (X, Y) ter robni porazdelitvi. Izračunaj matematično upanje slučajne spremenljivke $Z = |X - Y|$.
4. Na populaciji smo preverjali neodvisnost števila obiskov pri zdravniku letno in ukvarjanja s športom. Pri tem smo zbrali naslednje podatke:

$\check{S}OPZ \setminus \check{S}port$	NE	DA	Skupaj
Enkrat	58	72	130
Dvakrat	25	24	49
Trikrat	16	10	26
Večkrat	6	5	11
Skupaj	105	111	216

Ali lahko na stopnji značilnosti $\alpha = 0,05$ hipotezo zavrnamo? Na enaki stopnji značilnosti testiraj še hipotezo, da je statistična spremenljivka $\check{S}OPZ$ porazdeljena geometrijsko s parametrom $p = \frac{1}{2}$.

Naloge so enakovredne.

IZPIT IZ VERJETNOSTNEGA RAČUNA IN STATISTIKE
Maribor, 15. 06. 2009

Ime in priimek:

Vpisna številka:

1. Palico dolžine l naključno prelomimo na dva dela. Kolikšna je verjetnost, da bo ploščina pravokotnika, ki ga določata prelomljena dela palice, manjša od $\frac{1}{9}$ največje možne ploščine.

2. Diskretna slučajna spremenljivka X , $Z_X = \mathbb{N}$, ima rodovno funkcijo

$$G_X(t) = \frac{t}{5 - 4t}.$$

- (a) Izračunaj matematično upanje $E(X)$ in disperzijo $D(X)$ slučajne spremenljivke X .
- (b) Zapiši verjetnostno funkcijo slučajne spremenljivke X in izračunaj verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednosti z intervala $[1, k]$, $k \in \mathbb{N}$.

3. Zvezna slučajna spremenljivka X je podana z gostoto

$$p(x) = \begin{cases} a \left(\frac{1}{4}x + 1\right) & ; x \in [-4, 0] \\ a \left(1 - \frac{1}{4}x^2\right) & ; x \in [0, 2] \\ 0 & ; x \in \mathbb{R} \setminus [-4, 2] \end{cases}$$

- (a) Skiciraj graf gostote $p(x)$ in določi konstanto a tako, da bo $p(x)$ res gostota slučajne spremenljivke X .
- (b) Izračunaj matematično upanje $E(X)$ in mediano.
4. V igralnici so preverjali poštenost igralnega avtomata. Verjetnosti zadetkov petih nagrad so po vrsti $\frac{1}{10}, \frac{2}{15}, \frac{3}{20}, \frac{4}{25}, \frac{5}{30}$. Zabeležili so igre 300. igralcev in naredili tabelo, ki prikazuje, koliko ljudi je dobilo posamezno nagrado:

N1	N2	N3	N4	N5	Ni nagrade
23	32	50	48	42	105

Ali lahko na podlagi podatkov in stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ zavrremo hipotezo o poštenosti igralnega avtomata?

Naloge so enakovredne.

IZPIT IZ VERJETNOSTNEGA RAČUNA IN STATISTIKE
Maribor, 29. 06. 2009

Ime in priimek:

Vpisna številka:

1. Vržemo pošteno igralno kocko. Če na kocki pade i pik, $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, potem iz kupa 20. šnops kart (4 asi, 4 kralji, 4 dame, 4 fanti, 4 desetke) izvlečemo i kart. Kolikšna je verjetnost, da smo med njimi izvlekli 1 asa in 3 kralje? Kolišna je tedaj verjetnost, da smo pred tem na kocki vrgli 5 pik?

2. V krog je včrtan kvadrat. V krog naključno in neodvisno vržemo 6 točk.

- (a) Kolikšna je verjetnost, da naključno vržena točka leži znotraj kvadrata?
- (b) Kolikšna je verjetnost, da štiri točke od šestih ležijo znotraj kvadrata?
- (c) Vrednost slučajne spremenljivke X naj bo število točk, ki ležijo znotraj kvadrata. Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X ? Kolikšno je pričakovano število točk, ki ležijo znotraj kvadrata?

3. Porazdelitvena funkcija zvezne slučajne spremenljivke X je podana s predpisom

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 1 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax & ; 1 \leq x \leq 2 \\ 1 & ; x > 2 \end{cases}$$

- (a) Določi konstanto a in izračunaj gostoto slučajne spremenljivke X . Porazdelitveno funkcijo tudi nariši. Izračunaj $P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{2}\right)$.
- (b) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka $Y = 2X - 1$? Izračunaj matematično upanje $E(Y)$.

4. Pri 6480-tih metih štirih kock smo prešteli naslednje število padlih šestic:

k	0	1	2	3	4
n_k	3088	2518	768	93	13

Ali lahko na osnovi danih podatkov s tveganjem $\alpha = 0.01$ zavrnamo hipotezo, da so vse štiri kocke poštene?

Naloge so enakovredne.

IZPIT IZ VERJETNOSTNEGA RAČUNA IN STATISTIKE

Maribor, 25. 08. 2009

Ime in priimek:

Vpisna številka:

1. Vržemo pošteno igralno kocko, nato pa pošten igralni kovanec tolikokrat, kolikor pik smo vrgli na kocki. Izračunaj verjetnost, da dobimo enako število grbov in cifer.
2. Delec se giblje v polju, v katerem je 10 ovir. Verjetnost, da delec premaga oviro je p . Naj slučajna spremenljivka X meri število ovir, ki jih je delec premagal, preden je bil zaustavljen.
 - (a) Zapiši verjetnostno funkcijo in porazdelitveno funkcijo slučajne spremenljivke X .
 - (b) Zapiši rodovno funkcijo $G_X(t)$ in izračunaj matematično upanje $E(X)$.
3. Na intervalu $[0, 4]$ naključno izberemo točko.
 - (a) Kolikšna je verjetnost, da je izbrana točka bližje krajišču intervala kot njegovemu središču?
 - (b) Naj slučajna spremenljivka X meri oddaljenost točke od središča intervala. Zapiši gostoto in porazdelitveno funkcijo slučajne spremenljivke X . Izračunaj tudi matematično upanje $E(X)$.
4. V 16-tih dnevih so nabiralci gob zabeležili povprečno 100 nabranih gob na dan. Na stopnji zaupanja $1 - \alpha$ ($\alpha = 0.025$) določi interval zaupanja za povprečno število nabranih gob, pri čemer je število gob porazdeljeno približno normalno $N(\mu, \sigma)$, z $\sigma = 10$. Ali lahko na stopnji tveganja $\alpha = 0.025$ zavrneš hipotezo, da je 80% nabranih gob užitnih, če smo v celotni sezoni nabrali 3800 užitnih gob od skupno 5000 nabranih gob.

Naloge so enakovredne.

IZPIT IZ VERJETNOSTNEGA RAČUNA IN STATISTIKE
Maribor, 15. 09. 2009

Ime in priimek:

Vpisna številka:

1. Vržemo dve pošteni igralni kocki, nato pa pošten igralni kovanec tolikokrat, kolikor je bila vrednost na kocki z najmanjšim številom padlih pik. Naj bo G število padlih grbov in C število padlih cifer. Kolikšna je verjetnost, da je $|G - C| = 1$?
2. Dan je pravilni $2n$ -kotnik s stranico a . Na slepo izberemo 2 različni oglišči $2n$ -kotnika. Vrednost slučajne spremenljivke X je najkrajša razdalja po obodu $2n$ -kotnika med izbranimi točkama. Zapiši verjetnostno funkcija slučajne spremenljivke X . Izračunaj tudi matematično upanje $E(X)$ in disperzijo $D(X)$.
3. Naj bo zvezna slučajna spremenljivka X podana z gostoto $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom

$$p(x) = \frac{1}{4}x^2e^{-|x|}.$$

- (a) Izračunaj k -ti začetni moment slučajne spremenljivke X , matematično upanje $E(X)$ in disperzijo $D(X)$.
 - (b) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka $Y = e^X$?
4. Pri igri na srečo se istočasno mečejo trije igralni kovanci, ki so po zagotovu proizvajalca pošteni. Število grbov x_i in njihova frekvenca n_i pri 80-tih metih je podana v tabeli:

x_i	0	1	2	3
n_i	8	23	36	13

Ali lahko na osnovi teh podatkov s tveganjem $\alpha = 0.05$ proizvajalcu sporočimo napako na kovancih?

Naloge so enakovredne.