

## 1. KOLOKVIJ IZ VERJETNOSTI IN STATISTIKE

Maribor, 06.03.2008

1. V morskem parku  $A$  imajo 7 belih in 4 sive delfine. Naključno izberejo dva delfina in ju premestijo v morski park  $B$ , kjer že imajo 4 bele in 6 sivih delfinov. Nato iz morskega parka  $B$  premestijo naključno izbranega delfina v morski park  $C$ , kjer že imajo 5 belih in 5 sivih delfinov. Nekega dne iz morskega parka  $C$  v morje pobegne delfin. Kolikšna je verjetnost, da je pobegli delfin bel? Denimo, da je pobegnil bel delfin. Kolikšna je verjetnost, da so iz morskega parka  $A$  v morski park  $B$  prestavili mešani par?
2. Na krožnici s središčem  $S$  in polmerom  $r$  leži točka  $A$ . Na krožnici naključno izberemo dodatno točko  $B$ . Kolikšna je verjetnost, da bo trikotnik  $\triangle ABS$  imel polovico ploščine največjega tako nastalega trikotnika?
3. Sedem palic je označenih s števili 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, kjer je vsaka palica označena s svojim številom. Naključno izberemo tri palice. Naključna spremenljivka  $X$  naj bo največje število na izbranih palicah. Zapiši verjetnostno in porazdelitveno funkcijo spremenljivke  $X$ . Katero število je povprečju največje, ki ga bomo dobili na eni izmed palic?
4. Določi porazdelitveno funkcijo slučajne spremenljivke  $Z = X + |Y|$ , če je gostota verjetnosti slučajnega vektorja  $(X, Y)$  enaka

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1-xy}{2} & ; |x| + |y| \leq 1, \\ 0 & ; \text{sicer.} \end{cases}$$

Preveri tudi, da je  $p(x, y)$  res gostota.

Univerza v Mariboru  
Fakulteta za naravoslovje in matematiko  
Oddelek za matematiko in računalništvo  
Enopredmetna matematika

## 2. KOLOKVIJ IZ VERJETNOSTI IN STATISTIKE (1. del)

Maribor, 20.05.2008

1. Naj bo

$$p(x, y) = \begin{cases} c(x + y) & ; \quad |x - 1| + y \leq 1 \ \& \ y \geq 0, \\ 0 & ; \quad \text{sicer.} \end{cases}$$

gostota slučajnega vektorja  $(X, Y)$ .

(a) Določi konstanto  $c$  in izračunaj pogojno gostoto  $p_{X|Y}(x)$ .

(b) Poišči regresijsko krivuljo  $f(y) = E(X|Y)$ .

2. Mečemo dve igralni kocki (ne nujno pošteni). Slučajna spremenljivka  $X$  naj predstavlja število padlih pik na prvi kocki, slučajna spremenljivka  $Y$  pa na drugi.

(a) Pokaži, da za rodovni funkciji slučajnih spremenljivk  $X$  in  $Y$  velja zveza  $G_{X+Y} = G_X G_Y$ .

(b) S pomočjo točke (a) dokaži, da dveh igralnih kock ne moremo obtežiti tako, da bi vse vsote padale z enako verjetnostjo. **Namig:** oglej si vse neničelne realne ničle rodovnih funkcij  $G_X$ ,  $G_Y$  in  $G_{X+Y}$ .

3. V naselju imamo  $n$  hiš, ki so zgrajene v ravni črti. Razdalja med poljubnima sosednjima hišama je  $a$ . Kolikšna je povprečna razdalja, ki jo opravi prebivalec naselja, če gre na obisk k poljubni hiši.

**Opomba.** Za reševanje si lahko izbereš poljubni dve nalogi. Vsaka naloga je vredna 25 točk.