

IZPIT IZ VERJETNOSTI IN STATISTIKE

Maribor, 28. 01. 2009

1. V predalu so bili štiri čokoladni, pet sadnih in trije zeliščni bomboni. Janko je ponoči postal lačen in si je zato iz predala vzel dva izmed bombonov. Ker pa je bila tema, ni videl kakšna je izbral. Zjutraj si je še njegova sestra Metka zaželela nekaj sladkega in je zato in predala naključno vzela enega od preostalih bombonov. Kolikšna je verjetnost, da si je izbrala čokoladnega? Kolikšna je tedaj verjetnost, da je Janko ponoči pojedel enega čokoladnega in enega sadnega?

2. Slučajni vektor (X, Y) je porazdeljen z gostoto

$$p(x, y) = \begin{cases} c(x^2 + 2y) & ; \quad 0 \leq y \leq x \text{ \& } y \leq 2 - x \\ 0 & ; \quad \text{sicer} \end{cases}$$

(a) Izračunaj konstanto c ter določi robni porazdelitvi p_X in p_Y .

(b) Določi gostoto p_Z slučajne spremenljivke $Z = X + Y$.

3. Iz kraja A v kraj B vodi 52 poti, iz kraja B v kraj C pa 18 poti. Direktnih poti iz kraja A v kraj C ni. Verjetnost, da je pot prehodna je $\frac{1}{3}$.

(a) Kolikšna je verjetnost, da ni prehodne poti od kraja A do kraj C .

(b) Aproximativno oceni verjetnost, da je iz kraja A v kraj B največ 20 prehodnih poti.

4. Na populaciji smo preverjali neodvisnost jemanja drog in rase. Pri tem smo zbrali naslednje podatke:

Rasa \ Droge	NE	DA	Skupaj
Bela	115	38	153
Črna	98	65	163
Drugo	80	34	114
Skupaj	293	137	430

Ali lahko na stopnji značilnosti $\alpha = 0,05$ hipotezo zavrnamo? Na stopnji značilnosti $\alpha = 0,05$ preveri tudi hipotezo, da je statistična spremenljivka *Rasa* porazdeljena enakomerno.

IZPIT IZ VERJETNOSTI IN STATISTIKE

Maribor, 18. 06. 2009

1. Palico dolžine l naključno prelomimo na dva dela. Kolikšna je verjetnost, da bo ploščina pravokotnika, ki ga določata prelomljena dela palice, manjša od $\frac{1}{9}$ največje možne ploščine.

2. Diskretna slučajna spremenljivka X , $Z_X = \mathbb{N}_0$, ima rodovno funkcijo

$$G_X(t) = \frac{1}{(5 - 4t)^2}.$$

- (a) Izračunaj matematično upanje $E(X)$ in disperzijo $D(X)$ slučajne spremenljivke X .
- (b) Zapiši verjetnostno funkcijo slučajne spremenljivke X .

3. Zvezna slučajna spremenljivka X je podana z gostoto $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom

$$p(x) = \frac{a}{4 + x^2}.$$

- (a) Določi konstanto a , da bo $p(x)$ res gostota slučajne spremenljivke X .
- (b) Naj dogodek A predstavlja vrednosti na intervalu $[0, 1]$. Poišči predpis za porazdelitveno funkcijo $F_{X|A}$.
- (c) Naj bo Y zvezna slučajna spremenljivka in $q : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ njena gostota s predpisom $q(y) = c \cdot F_{X|A}(y)$. Določi c in izračunaj matematično upanje slučajne spremenljivke Y .

4. V igralnici so preverjali poštenost igralnega avtomata. Verjetnosti zadetkov petih nagrad so po vrsti $\frac{1}{10}, \frac{2}{15}, \frac{3}{20}, \frac{4}{25}, \frac{5}{30}$. Zabeležili so igre 300. igralcev in naredili tabelo, ki prikazuje, koliko ljudi je dobilo posamezno nagrado:

N1	N2	N3	N4	N5	Ni nagrade
23	32	50	48	42	105

Ali lahko na podlagi podatkov in stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ zavrnamo hipotezo o poštenosti igralnega avtomata?

IZPIT IZ VERJETNOSTI IN STATISTIKE

Maribor, 20. 08. 2009

1. Vržemo dve pošteni igralni kocki, nato pa pošten igralni kovanec tolikokrat, kolikor je bila vrednost na kocki z največjim številom padlih pik. Izračunaj verjetnost, da dobimo enako število grbov in cifer. **(20)**
2. Delec se giblje v polju, v katerem je n ovir. Verjetnost, da delec premaga oviro je p . Naj slučajna spremenljivka X_n meri število ovir, ki jih je delec premagal, preden je bil zaustavljen.
 - (a) Zapiši verjetnostno funkcijo in porazdelitveno funkcijo slučajne spremenljivke X_n . **(10)**
 - (b) Zapiši rodovno funkcijo $G_{X_n}(t)$ in izračunaj matematično upanje $E(X_n)$ slučajne spremenljivke X . **(15)**
 - (c) Izračunaj $\lim_{n \rightarrow \infty} E(X_n)$. **(5)**
3. Zvezna slučajna spremenljivka X je podana z gostoto $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom
$$p(x) = \frac{c}{(1+x^2)^2}.$$
 - (a) Določi konstanto c , da bo $p(x)$ res gostota. **(10)**
 - (b) Izračunaj karakteristično funkcijo f_X . **(15)**
4. V 16-tih dnevih so nabiralci gob zabeležili povprečno 100 nabranih gob na dan. Na stopnji zaupanja $1 - \alpha$ ($\alpha = 0.025$) določi interval zaupanja za povprečno število nabranih gob, pri čemer je število gob porazdeljeno normalno $N(\mu, \sigma)$ z $\sigma = 10$. Ali lahko na stopnji tveganja $\alpha = 0.025$ zavrneš hipotezo, da je 80% nabranih gob užitnih, če smo v celotni sezoni nabrali 3800 užitnih gob od skupno 5000 nabranih gob. **(25)**