

IZPIT IZ VERJETNOSTI IN STATISTIKE

Maribor, 02. 02. 2010

1. Vržemo dve pošteni igralni kocki, nato pa pošten igralni kovanec tolikokrat, kolikor je bila vrednost na kocki z najmanjšim številom padlih pik. Naj bo G število padlih grbov in C število padlih cifer. Kolikšna je verjetnost, da je $|G - C| = 1$?
2. Dan je pravilni $2n$ -kotnik s stranico a . Na slepo izberemo 2 različni oglišči $2n$ -kotnika. Vrednost slučajne spremenljivke X je najkrajša razdalja po obodu $2n$ -kotnika med izbranimi točkama. Zapiši verjetnostno funkcija slučajne spremenljivke X ? Izračunaj tudi matematično upanje $E(X)$ in disperzijo $D(X)$.
3. Zvezna slučajna spremenljivka X je podana z gostoto $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom

$$p(x) = \frac{c}{(1+x^2)^2}.$$

- (a) Določi konstanto c , da bo $p(x)$ res gostota.
 - (b) Izračunaj karakteristično funkcijo f_X .
4. V 16-tih dnevih so nabiralci gob zabeležili povprečno 100 nabranih gob na dan. Na stopnji zaupanja $1 - \alpha$ ($\alpha = 0.025$) določi interval zaupanja za povprečno število nabranih gob, pri čemer je število gob porazdeljeno normalno $N(\mu, \sigma)$ z $\sigma = 10$. Ali lahko na stopnji tveganja $\alpha = 0.025$ zavrneš hipotezo, da je 80% nabranih gob užitnih, če smo v celotni sezoni nabrali 3800 užitnih gob od skupno 5000 nabranih gob.

IZPIT IZ VERJETNOSTI IN STATISTIKE

Maribor, 15. 06. 2010

1. Imamo dve kocki, rdečo in belo. Verjetnost, da na rdeči kocki pade šestica, je $\frac{1}{3}$, ostale vrednosti na kocki imajo enakomerno razporejeno verjetnost. Bela kocka je poštena. Izberemo eno kocko, drugo damo nasprotniku. Pri metanju kock zmaga tisti, ki je vrigel večje število pik. V primeru izenačenega izida, zmaga igralec z belo (pošteno) igralno kocko. Katero kocko se splača izbrati, da bomo imeli večjo verjetnost za zmago?

2. Naj bo zvezna slučajna spremenljivka X porazdeljena z gostoto $p(x)$.

(a) Izrazi gostoto in porazdelitveno funkcijo slučajne spremenljivke $Y = |X|$ s $p(x)$ in F_X .

(b) Dokaži, da imata slučajni spremenljivki X in Y enake sode začetne momente.

3. Gostota verjetnosti slučajnega vektorja (X, Y) je

$$p(x, y) = \begin{cases} a|x - y| & ; -1 \leq x, y \leq 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

(a) Določi konstanto a .

(b) Kako sta porazdeljeni slučajni spremenljivki X in Y ? Ali sta neodvisni?

(c) Izračunaj porazdelitev slučajne spremenljivke $Z = \max\{|X|, |Y|\}$.

4. Znanstveniki so na kontaminiranem območju zbrali vzorec 1000. živali ter prešteli število njihovih mutacij. V tabeli

št. mutacij	0	1	2	3	4	5	6	7	več
št. živali	135	271	268	184	92	31	15	4	0

je prikazana razvrstitev živali, glede na število njihovih mutacij. Domnevali so, da je število mutacij porazdeljeno Poissonovo, t.j. $P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$. Ali lahko na stopnji tveganja $\alpha = 0.05$ zavrneš njihovo domnevo? **Opomba:** pred testom ustrezno oceni parameter λ .

IZPIT IZ VERJETNOSTI IN STATISTIKE

Maribor, 31. 08. 2010

1. Imamo dve kocki, črno in belo. Verjetnost, da na črni kocki pade šestica, je $\frac{1}{3}$, ostale vrednosti na kocki imajo enakomerno razporejeno verjetnost. Bela kocka je poštena. Izberemo eno kocko, drugo damo nasprotniku. Pri metanju kock zmaga tisti, ki je vrgel večje število pik. V primeru izenačenega izida, zmaga igralec z belo (pošteno) igralno kocko. Katero kocko se splača izbrati, da bomo imeli večjo verjetnost za zmago? **(20)**

2. V podjetju, ki se ukvarja z iskanjem nafte so izračunali, da z verjetnostjo $p = 0,09$ pri vrtanju naletijo na nafto. Naj slučajna spremenljivka X meri število poskusnih vrtanj, ki so potrebna, da tretjič naletijo na nafto.
 - (a) Kolikokrat je treba opraviti poskusno vrtanje, da z verjetnostjo večjo od $\frac{15}{16}$ pridejo do nafte. **(10)**
 - (b) Določi verjetnostno funkcijo slučajne spremenljivke X . **(10)**
 - (c) Zapiši rodovno funkcijo $G_X(t)$ in s pomočjo tega izračunaj matematično upanje $E(X)$ slučajne spremenljivke X . **(10)**

3. Naj bo slučajni vektor (X, Y) podan z gostoto

$$p(x, y) = \begin{cases} axye^{-(x^2+y^2)} & ; x, y \geq 0 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

- (a) Določi konstanto a . **(10)**
 - (b) Izračunaj robni porazdelitvi p_X in p_Y . Ali sta slučajni spremenljivki X in Y neodvisni. Odgovor utemelji. **(15)**
-
4. V tovarni so na osmih avtomobilih preizkušali učinkovitost dveh tipov posebej prilagojenih motornih olj. Test so opravili na progi dolgi 3km. Slučajni spremenljivki X in Y naj merita število sekund, ki jih v povprečju avtomobil pridobi z uporabo teh motornih olj (1. in 2. tip):

avtomobil	1	2	3	4	5	6	7	8
X	4, 2	-0, 5	-5, 1	6, 2	4, 3	3	2, 5	9, 7
Y	2, 1	6, 3	-2, 1	8, 3	10, 1	1	10, 5	17, 6

Ali lahko s temi podatki na stopnji značilnosti $\alpha = 0,05$ zavrtnemo hipotezo, da sta oba tipa motornih olj enako učinkovita? **(25)**