

3. sprotni test pri predmetu ELEMENTARNE FUNKCIJE
24. 1. 2017

Navodila:

- Čas reševanja je **120 minut**.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon.
 - Uporaba knjig in zapiskov iz predavanj ter vaj **ni dovoljena**.
 - Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor **skrbno utemelji**.
Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.
 - Piši čitljivo; neberljivi odgovori ne bodo točkovani.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, A4 list s formulami.
-

1. **[30]** Dana je funkcija f s predpisom

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x}.$$

- (a) **[8]** Za funkcijo f določi definicijsko območje, ničle in navpične asimptote. Izračunaj tudi $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (b) **[15]** Določi intervale naraščanja in padanja ter intervale konveksnosti in konkavnosti funkcije f . Poišči tudi stacionarne točke in jih klasificiraj.
- (c) **[7]** Skiciraj graf funkcije f in določi njeno zalogo vrednosti.
2. **[15]** Naj bodo $a, b, c \in \mathbb{R}^+$, tako da velja tudi $c+b, c-b, a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$. Dokaži, da je trikotnik s stranicami a, b, c , ki zadoščajo enakosti $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$, pravokoten.
3. **[20]** Glede na parameter $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ obravnavaj in reši neenačbo

$$\log_a \left(\frac{2x+1}{x-3} \right) > 0.$$

4. **[20]** Reši enačbo

$$\sin(2x) - \cos(3x) = 0.$$

5. **[15]** Naj bo funkcija f odvedljiva na neki okolici točke $a \in \mathbb{R}$.

- (a) **[5]** Zapiši diferenčni kvocient funkcije f v točki a .
- (b) **[10]** Naj ima funkcija f v točki a lokalni ekstrem. Dokaži, da je $f'(a) = 0$.