

ELEMENTARNE FUNKCIJE

Vaje - 1. sklop: Logika in množice

Naloge na vajah

1. Naj bodo A, B, C, D izjave. Za vsako izmed naslednjih izjav preveri, ali je tautologija.

(a) $\neg(\neg A) \Leftrightarrow A$

(b) $A \wedge A \Leftrightarrow A$

(c) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ (kontrapozicija implikacije)

(č) $\neg(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \wedge \neg B)$ (negacija implikacije)

(d) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B)$

(e) $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$ (negacija disjunkcije)

(f) $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$ (negacija konjunkcije)

(g) $(A \wedge (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$ (distributivnost)

(h) $(A \vee (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$ (distributivnost)

2. Dana je izjava: *Če kobilice napadejo Maribor, postanejo vsi Mariborčani lačni.* Ugotovi, v katerih primerih je dana izjava resnična oziroma neresnična.

3. Tone je izjavil: *Če mi bo oče posodil avto, bom prišel pod okno in vrgel kamen.*

(a) Dano izjavo zapiši s simboli.

(b) Tone se je zlagal. Kaj se je v resnici zgodilo?

4. Dane so naslednje izjave:

A : če je nekaj slepo, potem je to človeška ribica

B : če je nekaj človeška ribica, potem je to slepo

C : če nekaj ni slepo, potem to ni človeška ribica

D : če nekaj ni človeška ribica, potem to ni slepo

X : vse človeške ribice so slepe

Ugotovi, katera izmed izjav A, B, C in D je ekvivalentna izjavi X .

5. Naj bodo p, q in r izjave. Ugotovi, katera od spodnjih izjav je resnična in katera ne. Resnično dokaži, neresnično spremeni do izjave, ki bo resnična, in jo prav tako dokaži.

(a) Če je izjava p neresnična, je izjava $\neg(p \wedge q)$ resnična.

(b) Če sta izjavi p in r resnični, je izjava $(p \Leftrightarrow q \wedge r)$ resnična.

6. Skiciraj podane množice in določi relacije med njimi:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| > 4\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 \geq 8\},$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 6 < 0\}.$$

7. Skiciraj množico

$$A = (\mathbb{Z} \times [-1, 1]) \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

8. Skiciraj množico

$$A = \left(\{-1, 1\} \times (-1, 1) \right) \cup \left((-1, 1) \times \{-1, 1\} \right).$$

9. Skiciraj podane množice in določi relacije med njimi:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| \leq 1\},$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \max\{|x|, |y|\} \leq 1\},$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

10. V ravnini je podan pravokotnik z oglišči $A(-1, -2)$, $B(3, y_2)$, $C(x_3, 2)$ in $D(x_4, y_4)$. Stranica AB je vzporedna z osjo x .

(a) Zapiši neznane koordinate in nariši pravokotnik.

(b) Zapiši pogoj za točke na nosilkah stranic AB in CD .

11. V ravnini je dan pozitivno orientiran kvadrat z dolžino stranice 4 enote in ogliščem $A(-3, -1)$. Stranica AB naj bo vzporedna osi x .

(a) Nariši kvadrat in določi koordinate oglišč.

(b) Izračunaj dolžino diagonale.

(c) Nariši diagonali in določi koordinati presečišča diagonal.

Naloge za samostojno reševanje

1. Dane so naslednje izjave:

A : noben avto ni BMW

B : niso vsi avti BMW

C : vsaj en avto ni BMW

D : vsaj en avto je Mercedes

X : \neg (vsi avti so BMW)

Ugotovi, katera izmed izjav A , B , C in D je ekvivalentna izjavi X .

2. Glede na podano zaporedje likov določi resničnost oz. neresničnost spodnjih izjav.



A : Ni res, da obstaja tak črn lik, ki je levo od vsakega belega lika.

B : Če je velik krog bel, potem je vsak kvadrat črn.

C : Vsi trikotniki so enake barve ali ne obstaja bel kvadrat.

D : Vsak krog je velik natanko tedaj, ko je kvadrat prvi lik v zaporedju.

E : Če je vsak krog levo od črnega trikotnika in je beli trikotnik tretji lik v zaporedju, potem so zadnji trije liki beli.

3. Glede na postavitev likov v tabeli določi resničnost oz. neresničnost spodnjih izjav.

	●			
				○
▲		□		

1. Vsak krog je desno od trikotnika.
 2. Trikotnik je črn in mali krog je bel.
 3. Če je mali krog nad trikotnikom, potem je kvadrat levo od velikega kroga.
 4. Vsi liki so krogi natanko tedaj, ko noben lik ni trikotnik.
 5. Ni vsak kvadrat bel.
 6. Če ni vsak trikotnik bel, potem nek kvadrat ni črn.
 7. Ni res, da: obstaja tak bel lik, ki je nad vsakim črnim likom.
 8. Vsi krogi so enake barve ali ne obstaja črn kvadrat.
 9. Vsak trikotnik je pod vsakim krogom natanko tedaj, ko je nek kvadrat nad vsakim trikotnikom.
 10. Ni res, da: če obstaja tak lik, da je vsak trikotnik levo od njega, potem ne obstaja tak lik, ki je nad vsakim krogom.
4. Podane so množice $U = \mathbb{R}^2$, $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}$, $B = \{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\} \times \mathbb{R}$ in $C = (-1, 1) \times (-1, 1)$. Skiciraj množice A, B in C ter zapiši množice $A \cap B, B \cap C, U \setminus A$.