

ELEMENTARNE FUNKCIJE

Vaje - 10. sklop: Odvod

Naloge na vajah

- Po definiciji izračunaj odvod funkcije $f(x) = \sqrt{x}$.
- Izračunaj odvode funkcij:
 - $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$
 - $f(x) = (2x^{\frac{3}{2}} + \sqrt[4]{4x + 1})^n$
 - $f(x) = \ln(\cos x) \sin(2x)$
 - $f(x) = x^x$
 - $f(x) = \frac{\arctan x}{\arcsin(x^2)}$
- Dana je funkcija s predpisom $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x - 1$. Zapiši enačbe vseh tangent na graf funkcije f , ki so vzporedne premici z enačbo $2x + y - 1 = 0$.
- Podani sta funkciji f in g s predpisoma $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$ in $g(x) = ax^2$. Pri katerih vrednostih realnega števila a bo tangenta na graf funkcije f v točki $x = 1$ hkrati tudi tangenta na graf funkcije g ?
- Za funkcijo $f(x) = x^3 - 3x^2$ določi intervale naraščanja in padanja ter klasificiraj lokalne ekstreme. Določi tudi območja konveksnosti in konkavnosti!
- Dokaži, da za vsak $x \in \mathbb{R}^+$ velja $\ln(x + 1) < x$.
- Izmed vseh pravokotnikov, ki jih lahko včrtamo v krog s polmerom r , poišči tistega z največjo ploščino.
- S pomočjo odvoda skiciraj graf funkcije, podane s predpisom
 - $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x-2}$
 - $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$
 - $f(x) = (2x^2 - 17)(x^2 - 1)^{\frac{2}{3}}$

Domače naloge

- Dokaži, da za vsak $x \in \mathbb{R}$ velja $1 + x \leq e^x$.
- Podana je funkcija s predpisom $f(x) = 2 \arcsin(\sqrt{1 - 2x})$. Poiči vsa realna števila x , za katera velja, da je tangenta na f v točki z absciso x vzporedna premici $y + 8x = 5$.
- Določi in klasificiraj lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = x^2 \ln\left(\frac{3}{x}\right).$$

- Dana je družina funkcij $f_a(x) = ax^2 + (a-3)x + 2a$, kjer je $a \in \mathbb{R}$. Določi parameter a tako, da bo premica $y = -3x + 5$ tangenta na graf funkcije f_a . Izračunaj tudi dotikališče.

5. Dana je funkcija f s predpisom

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{x^2 - 4}.$$

Za funkcijo f izračunaj definicijsko območje, ničle, asimptote, stacionarne točke, lokalne ekstreme, območja naraščanja in padanja ter območja konveksnosti in konkavnosti. S pomočjo teh podatkov čimbolj natančno skiciraj njen graf.

6. Dana je funkcija f s predpisom

$$f(x) = x + \sqrt{1 - x}.$$

Za funkcijo f izračunaj definicijsko območje, ničle, asimptote, stacionarne točke, lokalne ekstreme, območja naraščanja in padanja ter območja konveksnosti in konkavnosti. S pomočjo teh podatkov čimbolj natančno skiciraj njen graf.

7. Dana je funkcija f s predpisom

$$f(x) = \ln \left(\frac{1}{1 - x^2} \right).$$

Za funkcijo f izračunaj definicijsko območje, ničle, navpične asimptote, stacionarne točke, lokalne ekstreme, območja naraščanja in padanja ter območja konveksnosti in konkavnosti. S pomočjo teh podatkov čimbolj natančno skiciraj njen graf.

8. Iz 9 m žice naredimo model pravilne tristrane prizme z osnovnim robom a in višino v . Izračunajte dolžino osnovnega roba tako, da bo prostornina prizme največja.