

# ELEMENTARNE FUNKCIJE

## Vaje - 12. sklop: Eksponentna in logaritemska funkcija

---

### Naloge na vajah

- Dana je funkcija  $f$  s predpisom  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{3-x} + 1$ .
  - Izračunaj presečišča grafa funkcije  $f$  z obema koordinatnima osema. Nato dokaži, da je funkcija pozitivna, zapiši enačbo vodoravne asimptote in nariši njen graf.
  - Nariši graf funkcije  $g : x \mapsto f(|x|)$  in določi zalogo vrednosti te funkcije.
- Reši neenačbo  $3^{x-1} > 5^{x-1}$  in skiciraj graf funkcije  $f(x) = 3^{x-1} - 3^{x-2} - 4 \cdot 3^{x-3}$ .
- Graf funkcije  $f(x) = ae^{bx}$  poteka skozi točki  $A(2, 10)$  in  $B(8, 80)$ . Izračunaj  $a$  in  $b$ .
- Reši enačbi
  - $2^{3x+1} + 2^{2x+1} = 6 \cdot 2^{x+1}$
  - $2^{3-2x} - 9 \cdot 2^{1-x} + 4 = 0$
- Reši neenačbe
  - $2^{x^2-5x+10} < 16$
  - $2^{x^2} > \frac{1}{4}(2^x)^3$
  - $\left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^2$
- Reši sistem
  - $3^{2x} - 2^y = 65, 3^x + 2^{\frac{y}{2}} = 13$
  - $x^2y = y^x, x^3 = y^2$
- Dokaži formulo za prehod na novo osnovo logaritma.
- Izračunaj
  - $\log_{a+b}(10a^3 + 30a^2b + 30ab^2 + 10b^3)$
  - $3 \log_8 96 - \frac{1}{\log_3 2}$
- Reši enačbe
  - $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 1 + \frac{1}{3} \log_2 \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$
  - $8x = x^{\log_8 x^{12}}$
  - $\log(x+3) + \log(x+1) = \frac{1}{\log_2 10}$
  - $1 + \log(1+x^2-2x) = \log(1+x^2) + 2 \log(1-x)$
  - $(\log x)^x = 1$
- Graf funkcije  $f(x) = -2 \log_5 x + 2$  vzporedno premakni tako tako, da se bo točka  $T(1, 2)$  preslikala v točko  $P(-1, 1)$ . Zapiši enačbo dobljene funkcije in nariši njen graf.
- Določi konstanto  $n$ , da bo točka  $A(3, y)$  presečišče grafov  $y = -\frac{1}{3}x + n$  in  $y = \log_2(x+1) - 1$ . Za obe funkciji poišči tudi inverzni funkciji.

12. Ugotovi, ali je  $f$  soda oziroma liha

(a)  $f(x) = \frac{x}{a^x - 1}$

(b)  $f(x) = \log(x + \sqrt{1 + x^2})$

(c)  $f(x) = x \frac{a^x - 1}{a^x + 1}$

13. S pomočjo odvoda skiciraj graf funkcije  $f(x) = \ln(\cos x)$ .

### Domače naloge

1. Določi definicijsko območje funkcije  $\sqrt{\log(1 - x - x^2)}$ .

2. Nariši grafa funkcij  $f(x) = \ln(x)$  in  $g(x) = 2 + \ln(x + 3)$ . Določi vzporednico osi  $y$ , tako da bo sekala grafa v točkah, medsebojno oddaljenih za 3 enote.

3. Reši neenačbo

(a)  $\log |3x + 1| < 1$

(b)  $\frac{1}{1 + \ln x} + \frac{1}{1 - \ln x} > 2$

4. Funkcija  $f$  je podana s predpisom

$$f(x) = |\ln(x) - 2| + |\ln(x) - 3|.$$

a) Določi definicijsko območje funkcije  $f$ , zapiši funkcijo  $f$  brez znakov za absolutno vrednost in skiciraj njen graf.

b) S pomočjo narisane grafa reši neenačbo  $f(x) > 1$ .

c) Ali je funkcija  $f$  zvezna povsod, kjer je definirana? Odgovor utemelji!

5. Funkcija  $f$  je podana s predpisom  $f(x) = \ln(9 - x^2)$ .

a) Določi naravno definicijsko območje funkcije  $f$  in izračunaj njene ničle.

b) Izračunaj in klasificiraj lokalne ekstreme funkcije  $f$  ter določi intervale naraščanja in padanja.

c) Skiciraj graf funkcije  $f$  in zapiši njeno zalogo vrednosti.

d) Reši neenačbo  $|f(x)| < \ln 5$ .

6. Naj bo  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  soda in  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  liha funkcija. Ali je funkcija  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definirana s predpisom

$$h(x) = f(x) + \frac{(g(x) - f(x))^2}{2} + g(x)f(x)$$

soda oz. liha?