

ELEMENTARNE FUNKCIJE

Vaje - 5. sklop: Linearna in kvadratna funkcija

Naloge na vajah

1. Določi predpis funkcije, ki podatku o temperaturi v stopinjah Fahrenheit priredi vrednost v stopinjah Celzija, če vemo, da 32°F pomeni 0°C in 212°F pomeni 100°C . Kdaj temperaturi sovpadata?
2. Za en dan nameravamo najeti avto. Podjetje A zahteva 40 EUR in 0,15 EUR za vsak prevožen kilometer. Podjetje B pa računa 30 EUR in 0,20 EUR za vsak prevožen kilometer. Katera od obeh možnosti je, glede na število kilometrov, ki jih namrevamo prevoziti, ugodnejša?
3. Naj bo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ linearna funkcija. Dokaži, da za poljubna $a, b \in \mathbb{R}$ velja

$$f(2a - b) = 2f(a) - f(b).$$

4. Ploščina trikotnika ABC je enaka 8, dve oglišči pa sta $A(3, 2)$ in $B(-2, 1)$. Tretje oglišče C leži na premici $y = 1 - \frac{x}{2}$. Določi koordinati točke C .
5. Obravnavaj enačbo

$$\frac{mx}{n} + \frac{nx}{m} = \frac{m^2 - n^2}{mn} + 2x.$$

6. Obravnavaj neenačbo

$$a^2x - a^4 < x - 1.$$

7. Izpelji formuli za koordinati temena kvadratne funkcije.
8. S pomočjo premikov in raztegov skiciraj graf kvadratne funkcije, podane s predpisom $f(x) = 4x^2 + 10x + 2$.
9. Dan je polkrog s premerom $|AB| = 10$ cm. Naj bo točka T , ki leži na daljici AB , oddaljena x cm od točke A . Nad AT in TB konstruiramo polkroga. Naj bo $f(x)$ ploščina območja, ki ga omejujejo vsi trije polkrogi. Zapiši predpis za $f(x)$ in ugotovi, za kateri x je ploščina največja.
10. Kakšen pravokotnik ima pri danem obsegu o največjo ploščino?
11. Izpelji Vietovi formuli!
12. Ne da bi izračunal rešitvi x_1 in x_2 enačbe $x^2 + 2x - 9 = 0$, določi vrednost $x_1^2 + x_2^2$.
13. Opiši postopek reševanja kvadratne neenačbe in reši kvadratno neenačbo $x^2 - 2x - 3 < 0$.
14. Obravnavaj enačbi $x^2 + x + a = a^2$ in $m^2x^2 + 2mx = m^2 - 1$.
15. Leta 1974 je stric Pepi izjavil: *Če pomnožim svojo starost s starostjo pred 6 leti, dobim letnico svojega rojstva.* Kdaj je bil rojen stric Pepi?
16. Bazen polnita dva izvira: topli in mrzli. Oba skupaj ga napolnita v 6 urah. Mrzli izvir sam bi bazen napolnil 5 ur prej kot topli izvir sam. V kolikšnem času bi mrzli izvir sam napolnil bazen?
17. Reši naslednje enačbe in neenačbe:

- (a) $\frac{x^2-1}{x-4} > 0$
- (b) $|x| = |x-1| + 1$
- (c) $|x^2-1| + 1 \leq |x+2|$
- (d) $|\frac{x^2-1}{x-7}| < 2$
- (e) $|1 - |x-1|| < 1$

18. Skiciraj graf funkcije, ki je podana s predpisom $f(x) = \frac{1}{2}(|x| + x)$.
19. Nariši grafa funkcij, ki sta podani s predpisoma $f(x) = ||x-2| - 1|$ in $g(x) = |2x+2| - |2x-2|$.
20. Skiciraj grafa funkcij, ki sta podani s predpisoma $f(x) = 2x + |1-x^2|$ in $g(x) = |1-x^2| + |4-x^2|$.

Domače naloge

1. Katera od danih tabel predstavlja linearno funkcijo?

x	y	x	y
0	1	2	1
1	-3	0	-3
2	-7	1	1

2. Določi predpis funkcije, ki obsegu kroga priredi njegov premer.
3. Določi smerna koeficienta premic, ki sta dani z enačbama $2x - 3y + 1 = 0$ in $4x - 5y + 6 = 0$ ter skiciraj njuna grafa (s pomočjo premikov).
4. Skiciraj graf funkcije, ki je podana s predpisom $f(x) = \frac{1}{2}(|x| - x)$.

5. Obravnavaj enačbo

$$n(nx - 1) = k(kx + 1).$$

6. Obravnavaj neenačbo

$$ax + 2a > bx + 2b.$$

7. Dana je družina premic z enačbami:

$$y = ax - 3a + 2,$$

kjer je $a \in \mathbb{R}$. Določi vse točke v ravnini xy , ki ne leže na nobeni od teh premic.

8. S pomočjo premikov skiciraj graf kvadratne funkcije, podane s predpisom $f(x) = -2x^2 + 2x - 1$.
9. Izpelji formulo za rešitve kvadratne enačbe!
10. Poišči taki pozitivni realni števili, da bo njuna vsota 1000, njun produkt pa največji možen. Vse korake utemelji!
11. Reši neenačbo

$$|2 + |x^2 - 4|| > 10.$$

12. Dana je funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = |-2x^2 - 3x + 5|$.

- (a) Zapiši funkcijo f brez znakov za absolutno vrednost in skiciraj njen graf.
- (b) Reši neenačbo $f(x) < |x| + 3$.

13. Dana je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = \frac{1}{2-|x|}$.

(a) Zapiši funkcijo f brez znakov za absolutno vrednost in skiciraj njen graf.

(b) Reši neenačbo $|f(x)| \geq 1$.

14. Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \left| \frac{x+6}{3-2x} \right|.$$

(a) Zapiši f brez znakov za absolutno vrednost.

(b) Reši neenačbo $f(x) < |3x - 2|$.

15. V mlin so pripeljali pošiljko pšenice. Mlinar ima 2 stroja. Prvi stroj sam bi za mletje potreboval 14 ur več kot drugi stroj sam. Potem ko je prvi stroj dve uri mlet sam, so vključili še drugega in po 19 urah in 35 minutah skupnega dela je bila vsa pšenica zmleta. Koliko časa bi za mletje potreboval prvi stroj sam?