

ELEMENTARNE FUNKCIJE

Vaje - 8. sklop: Racionalne funkcije

Naloge na vajah

1. Določi ničle, pole, asimptote in načrtaj približne grafe funkcij

(a) $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$

(b) $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-1}$

(c) $f(x) = \frac{x^2+4x+3}{2x}$

(d) $f(x) = \frac{x^3-x^2}{x^2+1}$

(e) $f(x) = \frac{x^4-x^2+1}{x^2}$

2. Glede na parameter $a \in \mathbb{R}$ obravnavaj rešljivost enačbe

$$\frac{2a-3}{x+a} - 1 = \frac{2-x}{x-1}.$$

3. Reši neenačbo

$$\frac{-2x}{x+2} - \frac{3}{2-x} - \frac{1-x}{x} \geq \frac{-2x^3-9x-2}{x^3-4x}.$$

4. Obravnavaj in reši enačbo

$$\frac{1}{2a+ax} - \frac{1}{2x-x^2} = \frac{2a+6}{x^3-4x}.$$

5. Določi vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ tako, da bo za vsak $x \in \mathbb{R}$ veljalo:

$$-3 < \frac{x^2+ax-2}{x^2-x+1} < 2.$$

6. Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \left| \frac{x+6}{3-2x} \right|.$$

(a) Zapiši f brez znakov za absolutno vrednost in skiciraj njen graf.

(b) Reši neenačbo $f(x) < |3x-2|$.

7. Na parcialne ulomke razcepi izraz

(a) $\frac{3x+2}{(x+1)^2(x-1)}$

(b) $\frac{1}{x^3-1}$

Domače naloge

1. Določi ničle, pole, asimptote in začetno vrednost ter približno nariši graf funkcije

$$f(x) = \frac{-x^4+x^2+2}{x-1}.$$

2. Reši racionalno neenačbo:

$$\frac{x}{x-1} < \frac{x^2 + 4x + 2}{x^3 - 1}.$$

3. Pri katerih vrednostih spremenljivke x graf funkcije $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 - 3x - 14}{x^3 - 8}$ leži nad premico z enačbo $y = 2$?

4. Glede na parameter m obravnavaj in reši enačbo

$$\frac{m - x^2}{(m - x)^2} = \frac{1}{m} + \frac{m - 1}{m^3 - mx(2m - x)}.$$

5. Določi parameter $a \in \mathbb{R}$, da bo za vse $x \in \mathbb{R}$ izpolnjena neenakost

$$\left| \frac{x^2 + (a + 1)x + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3.$$

6. Skiciraj graf funkcije

(a) $f(x) = \frac{-|x| + 1}{|x| - 2}$

(b) $f(x) = \left| \frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^2 - 1} \right|$