

Pisni izpit pri predmetu **KOMBINATORIKA IN VERJETNOST**

27. januar 2015

- [25] Naj bo $n \in \mathbb{N}$ in $n \geq 3$. n prijateljic se želi naučiti plesati. V mestu so na voljo 3 različne plesne šole. Na koliko načinov se lahko prijateljice vpišejo v plesne šole, če
 - ni nobenih omejitev?
 - je Ana skregana z Brino in Cvetko, ter zato noče obiskovati iste šole kot onidve?
 - se prijateljice vpisujejo v plesne šole v "parih" (nobena si plesne šole ne želi obiskovati sama, ampak se v šolo vpiše še z neko prijateljico)?
- [25] Na tekmovanju alpskih smučark nastopa pet Avstrijk, štiri Švicarke in tri Italijanke. Na koliko načinov jim lahko dodelimo štartne številke tako, da smučarke iz iste države nikoli ne bodo dobile zaporednih štartnih števil?
- [25] Igralca izmenično mečeta dve različni igralni kocki. Zmaga igralec, ki prvi vrže kocki tako, da je vsota pik 8 ali 9. Kakšna je verjetnost, da zmaga igralec, ki je igro začel?
- [25] Trije proizvajalci dobavljajo tovarni enake polizdelke v razmerju 5 : 3 : 2. Med polizdelki prvega proizvajalca je 95% kvalitetnih, med tistimi od drugega je 90% kvalitetnih in od tretjega 85% kvalitetnih.
 - Naključno izberemo polizdelek. Kolikšna je verjetnost, da je kvaliteten?
 - Kolikšna je verjetnost, da je naključno izbrani kvaliteten polizdelek proizvedel prvi proizvajalec?

Navodila:

- Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor skrbno utemelji. Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.*
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator, matematični priročnik in en ročno zapisan list s formulami.*
- Čas reševanja je **120 minut**.*

Pisni izpit pri predmetu **KOMBINATORIKA IN VERJETNOST**

19. junij 2015

- [25] Mednarodne konference sta se udeležila po dva predstavnika iz petih različnih držav. Na koliko načinov se lahko udeleženci konference posedejo za okroglo mizo z 10 stoli, če:
 - morajo predstavniki istih držav sedeti skupaj?
 - nobena dva predstavnika iste države ne smeta sedeti skupaj?
- [25] Pot dolžine n tlakujemo s sivimi in rdečimi tlakovci, obojih imamo na razpolago vsaj n . Tlakovcev med seboj razen po barvi ne ločimo. Na koliko načinov lahko pot tlakujemo tako, da
 - bodo rdeči tlakovci stali skupaj?
 - dva rdeča tlakovca nikoli ne bosta položena eden za drugim?

Opomba: Če naloge ne znate rešiti za splošen n , jo rešite za $n = 8$. Pravilna rešitev v tem posebnem primeru prinaša 15 točk.

- [25] Iz intervala $[0, 1]$ naključno izberemo dve števili. Označimo dogodka A in B :

A : Vsota izbranih števil je manjša od treh četrtin.
 B : Obe števili sta bodisi manjši, bodisi večji od ene polovice.

Izračunajte verjetnosti dogodkov A , B , $A|B$ in $B|A$.
- [25] V posodi so 4 bele in 3 rdeče kroglice. Naključno izberemo kroglico in je ne vrnemo v posodo. Postopek ponavljamo, dokler ne izberemo rdeče kroglice. Naj naključna spremenljivka X meri število izvlečenih kroglic vključno z zadnjo rdečo kroglico.
 - Zapišite verjetnostno in porazdelitveno funkcijo naključne spremenljivke X .
 - Izračunajte matematično upanje in disperzijo naključne spremenljivke X .

Navodila:

- Pozorno preberite vsako vprašanje in vsak odgovor skrbno utemeljite. Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator, matematični priročnik in en ročno zapisan list s formulami.
- Čas reševanja je **120 minut**.

Pisni izpit pri predmetu **KOMBINATORIKA IN VERJETNOST**

3. julij 2015

1. [20] Na lokostrelsko tekmovanje je prijavljenih 20 tekmovalcev, od tega 5 deklet in 15 fantov.
 - (a) Na koliko načinov lahko zaporedoma nastopijo vsi tekmovalci?
 - (b) Na koliko načinov lahko nastopijo tako, da nobeni dve dekleti ne streljata zaporedoma?

2. [25] Poiščite splošni člen rekurzivno podanega zaporedja

$$a_n - a_{n-2} = 4(a_{n-1} - a_{n-3}),$$

kjer je $a_0 = 2$, $a_1 = a_2 = 7$.

3. [30] V treh košarah so sadeži razporejeni takole:

1. *košara*: 6 jabolok, 5 hrušk;
2. *košara*: 4 jabolka, 3 hruške;
3. *košara*: 5 jabolok, 4 hruške;

- (a) Sežemo v naključno izbrano košaro in iz nje naključno naenkrat izberemo dva sadeža. Kolikšna je verjetnost, da smo izbrali dve hruški?
- (b) Kolikšna je verjetnost, da smo sadeža izbrali iz tretje košare, če vemo, da sta bili izbrani dve hruški?
- (c) Iz druge košare petkrat zaporedoma izvlečemo sadež in ga nato vrnemo v košaro. Kolikšna je verjetnost, da smo izvlekli vsaj eno jabolko?

4. [25] Na morju kupimo 10 različnih razglednic, ki jih vse naključno razpošljemo našim petim prijateljem. Med njimi je tudi Anže. Naj naključna spremenljivka X meri število razglednic, ki jih je iz morja prispelo na Anžetov naslov.
- (a) Zapišite verjetnostno funkcijo naključne spremenljivke X in preverite, da je zapisana funkcija res verjetnostna funkcija.
- (b) Izračunajte matematično upanje naključne spremenljivke X .
-

Navodila:

- *Pozorno preberite vsako vprašanje in vsak odgovor skrbno utemeljite. Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator, matematični priročnik in en ročno zapisan list s formulami.*
- *Čas reševanja je **120 minut**.*

Pisni izpit pri predmetu **KOMBINATORIKA IN VERJETNOST**

26. avgust 2015

1. [15] V razvoju binoma $(\sqrt{x} + \frac{1}{3x^2})^{10}$ izračunajte prosti člen (t.j. koeficient, ki ne vsebuje x -a).
 2. [15] Koliko 7-mestnih naravnih števil, sestavljenih iz števk 1, 2, 3, 4 in 5 je takih, ki vsebujejo natanko štiri sode številke?
 3. [25] $2n$ otrok posedemo na vrtiljak z $2n$ oštevilčenimi stoli tako, da na vsakem stolu sedi en otrok. Na koliko načinov se lahko otroci presedejo tako, da nihče ne bo sedel nasproti istega otroka kot pred presedanjem?
 4. [20] V prvi skupini je 200 izdelkov, od tega 10 pokvarjenih, v drugi skupini pa 150 izdelkov, od tega jih je 9 pokvarjenih. Iz naključno izbrane skupine izberemo en izdelek.
 - (a) Kolikšna je verjetnost, da je izbrani izdelek kvaliteten?
 - (b) Kolikšna je verjetnost, da smo kvaliteten izdelek izbrali iz prve skupine?
 5. [25] Naključno izberimo dve različni oglišči pravilnega 6-kotnika s stranico a . Vrednost naključne spremenljivke X je dolžina najkrajše poti po obodu 6-kotnika med izbranimi ogliščema.
 - (a) Zapišite verjetnostno in porazdelitveno funkcijo naključne spremenljivke X .
 - (b) Izračunajte matematično upanje in disperzijo naključne spremenljivke X .
-

Navodila:

- *Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor skrbno utemelji. Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator, matematični priročnik in en ročno zapisan list s formulami.*
- *Čas reševanja je 120 minut.*