

Izpit pri predmetu **OSNOVE ANALIZE**

4. julij 2013

1. [25] Izračunaj definicijsko območje funkcije

$$f(x) = \ln(x|x - 2| - 2|x| + 3).$$

2. [25] Izračunaj definicijsko območje ter ničle funkcije

$$f(x) = xe^{-x^2-x}.$$

Nato z upoštevanjem prvih dveh odvodov skiciraj graf funkcije f .

3. [12] Izračunaj

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n (\ln n - \ln(n + 2)).$$

4. [13] Ali vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + 2n}{2 + 4 + 6 + \dots + 2n}$$

konvergira?

5. [25] Za kateri točki $A(a, 0)$ in $B(0, b)$, kjer je $a, b > 0$, taki, da točka $T(2, \frac{3}{2})$ leži na daljici AB , bo ploščina trikotnika OAB najmanjša? Pri tem O označuje koordinatno izhodišče.

Navodila:

- Ugasni in odstrani mobilni telefon.
- Uporaba knjig in zapiskov iz predavanj ter vaj ni dovoljena.
- Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor skrbno utemelji. Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.
- Piši čitljivo; neberljivi odgovori ne bodo točkovani. Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator, matematični priročnik in en ročno zapisan list s formulami.
- Čas reševanja je **120 minut**.

Izpit pri predmetu **OSNOVE ANALIZE**

7. februar 2013

Čas reševanja je **120 minut**.

1. [25] Dana je funkcija $f(x) = |x - |1 - 2x||$.

(a) Skiciraj graf funkcije f .

(b) Poišči vsa realna števila x , ki zadoščajo pogoju $4f(x) < 1$.

2. [25] Izračunaj limiti

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3e^{5x} - 7e^{3x}}{2e^{5x} - 1}$,

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 7x - 6}{\sqrt{x+7} - (x+1)}$.

3. [25] Dana je funkcija f s predpisom

$$f(x) = \frac{e^x}{x}.$$

Zapiši definicijsko območje ter določi ničle, pole, lokalne ekstreme in prevoje funkcije, če obstajajo. Nariši še graf funkcije f .

4. [25] S pomočjo matematične indukcije dokaži enakost

$$\sum_{n=2}^k \frac{1}{n^2 + 2n} = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right).$$

Nato izračunaj še vsoto vrste $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 2n}$.

Navodila:

- Ugasni in odstrani mobilni telefon.
- Uporaba knjig in zapiskov iz predavanj ter vaj ni dovoljena.
- Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor skrbno utemelji. Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.
- Piši čitljivo; neberljivi odgovori ne bodo točkovani.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator, matematični priročnik in en ročno zapisan list s formulami.

Izpit pri predmetu **OSNOVE ANALIZE**
20. junij 2013

1. [25] Izračunaj naravno definicijsko območje funkcije

$$f(x) = \sqrt{1 - \left| \log_2 \frac{2x+5}{x+3} \right|}.$$

2. [25] Z upoštevanjem prvih dveh odvodov skiciraj graf funkcije

$$g(x) = \ln \frac{1}{1 + \cos x}.$$

3. [25] Poišči realni števili a in b tako, da bo funkcija

$$h(x) = \begin{cases} \frac{-\frac{1}{2}(1-x)}{1-\sqrt{2-x}}; & x < 1, \\ a; & x = 1, \\ \frac{b \sin(x-1)}{\sqrt{x}-1}; & x > 1 \end{cases}$$

zvezna v točki z absciso 1.

4. [25] Z uporabo konvergenčnih kriterijev pokaži, da vrsta

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2 - n}$$

konvergira. Nato še izračunaj njeno vsoto.

Navodila:

- Ugasni in odstrani mobilni telefon.
- Uporaba knjig in zapiskov iz predavanj ter vaj ni dovoljena.
- Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor skrbno utemelji. Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.
- Piši čitljivo; neberljivi odgovori ne bodo točkovani. Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator, matematični priročnik in en ročno zapisan list s formulami.
- Čas reševanja je **120 minut**.

Izpit pri predmetu **OSNOVE ANALIZE**

29. avgust 2013

1. [25] Izračunaj definicijsko območje, ničle, stacionarne točke in prevoje funkcije

$$f(x) = \frac{x|x|}{x^2 + 1}.$$

Nato ob upoštevanju $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ in $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ skiciraj graf funkcije f .

2. [25] Dani sta realni funkciji

$$f(x) = \begin{cases} 2x; & x < 0, \\ \sqrt{x}; & 0 \leq x \leq 1, \\ (x-1)^2 + 1; & x > 1, \end{cases} \quad \text{in } g(x) = \begin{cases} x^2; & x \leq 1, \\ 1; & x > 1. \end{cases}$$

Zapiši predpisa, po katerih slikata kompozituma $f \circ g$ in $g \circ f$.

3. [20] Pokaži, da je zaporedje, podano s splošnim členom $a_n = e^{-n^2+n+1}$, monotono. Nato uporabi to ugotovitev da pokažeš, da je to zaporedje tudi konvergentno.

4. [15] Izračunaj $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$.

5. [15] Ali vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n2^{4n}}$$

konvergira? Odgovor natančno utemelji tako, da uporabiš konvergenčne kriterije.

Navodila:

- Ugasni in odstrani mobilni telefon.
- Uporaba knjig in zapiskov iz predavanj ter vaj ni dovoljena.
- Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor skrbno utemelji. Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.
- Piši čitljivo; neberljivi odgovori ne bodo točkovani. Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator, matematični priročnik in en ročno zapisan list s formulami.
- Čas reševanja je **120 minut**.

Izpit pri predmetu **OSNOVE ANALIZE**
3. februar 2014

1. [25] Izračunaj definicijsko območje, ničle, stacionarne točke in prevoje funkcije

$$f(x) = \ln \left(\frac{1}{1-x^2} \right).$$

Nato čim natančneje skiciraj graf funkcije f .

2. [25] Dana je funkcija $f(x) = |x - |1 - 2x||$.

(a) Skiciraj graf funkcije f .

(b) Poišči vsa realna števila x , ki zadoščajo pogoju $4f(x) < 1$.

3. [20] Podano je zaporedje s splošnim členom $a_n = \frac{n^2}{n!}$.

(a) Pokaži, da je to zaporedje konvergentno.

(b) Izračunaj limito tega zaporedja.

4. [10] Izračunaj

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n (\ln n - \ln(n+2)).$$

5. [20] Poenostavi delne vsote vrste

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2 - n}.$$

Na podlagi tega dokaži, da vrsta konvergira, ter izračunaj njeno vsoto.

Navodila:

- Ugasni in odstrani mobilni telefon.
- Uporaba knjig in zapiskov iz predavanj ter vaj ni dovoljena.
- Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor skrbno utemelji. Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.
- Piši čitljivo; neberljivi odgovori ne bodo točkovani. Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator, matematični priročnik in en ročno zapisan list s formulami.
- Čas reševanja je **120 minut**.