

Pisni del izpita pri predmetu **OSNOVE ANALIZE**

18. junij 2015

Čas reševanja je **120 minut**.

1. **[25]** Dani sta funkciji

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 3; & x \leq 0, \\ e; & 0 < x < 1, \\ x^2 - 3e; & x \geq 1, \end{cases} \quad \text{in } g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3}; & x < e, \\ \sqrt{\ln x}; & x \geq e. \end{cases}$$

Zapiši predpisa, po katerih slikata kompozituma $f \circ g$ in $g \circ f$.

2. **[25]** Dana je funkcija

$$f(x) = \arctg \frac{1-x}{1+x}.$$

Izračunaj definicijsko območje in ničle funkcije f ter preveri kako se funkcija obnaša na robovih definicijskega območja. Nadalje izračunaj še intervale naraščanja in padanja ter konveksnosti in konkavnosti funkcije f , lokalne ekstreme ter upoštevajoč vse izračunano čim natančneje skiciraj graf funkcije f .

Vsi izračuni naj bodo izpeljani z natančnimi vrednostmi.

3. **[25]** V kroglo s podanim polmerom R želimo včrtati valj tako, da bo imel maksimalni možni volumen. Izračunaj dimenzije takega valja.

4. **[25]** Dano je zaporedje $a_n = \frac{\sin n}{n^3 + 1}$.

(a) Izračunaj $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

(b) Ali vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergira? Odgovor utemelji.

Navodila:

- Ugasni in odstrani mobilni telefon.
- Uporaba knjig in zapiskov iz predavanj ter vaj ni dovoljena.
- Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor skrbno utemelji. Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.
- Piši čitljivo; neberljivi odgovori ne bodo točkovani.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, ravnilo, radirka, kalkulator brez možnosti grafičnega prikaza.

Pisni del izpita pri predmetu **OSNOVE ANALIZE**

3. julij 2015

Čas reševanja je **120 minut**.

1. **[25]** Dana je funkcija $f(x) = ||x| - 1| + x$.

- (a) Zapiši predpis funkcije f brez absolutne vrednosti.
- (b) Reši neenačbo $f(x) < 3$.

2. **[25]** Dana je funkcija

$$f(x) = \frac{1}{1 - \sin(2x)}.$$

Izračunaj definicijsko območje funkcije f in preveri, ali ima f kako ničlo. Nato poišči lokalne ekstreme funkcije f ter upoštevajoč vse izračunano čim natančneje skiciraj njen graf.

Vsi izračuni naj bodo izpeljani z natančnimi vrednostmi.

3. **[25]** Izračunaj limiti

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$ in
- (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 4} - x)$

4. **[25]** Zaporedje je podano s splošnim členom $a_n = \frac{2^n - 1}{2^n + 1}$.

- (a) Pokaži, da je zaporedje monotono in omejeno.
- (b) Izračunaj $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

Navodila:

- Ugasni in odstrani mobilni telefon.
- Uporaba knjig in zapiskov iz predavanj ter vaj ni dovoljena.
- Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor skrbno utemelji. Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.
- Piši čitljivo; neberljivi odgovori ne bodo točkovani.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, ravnilo, radirka, kalkulator brez možnosti grafičnega prikaza.

Pisni del izpita pri predmetu **OSNOVE ANALIZE**

26. avgust 2015

Čas reševanja je **120 minut**.

1. [25] Izračunaj limiti

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x^2)^{\frac{e^x}{1 - \cos x}}$ in

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x) + \operatorname{tg}^2 x}{x \sin x}$.

2. [25] Dana je funkcija

$$f(x) = \ln \frac{1}{1 - x^2}.$$

Izračunaj definicijsko območje in ničle funkcije f ter preveri kako se funkcija obnaša na robovih definicijskega območja. Nadalje izračunaj še intervale naraščanja in padanja ter konveksnosti in konkavnosti funkcije f , lokalne ekstreme ter upoštevajoč vse izračunano čim natančneje skiciraj graf funkcije f .

3. [25] Izračunaj integral

$$\int (3 - x^2) \cos 2x dx$$

in dolžino loka na krivulji

$$y = \ln(1 - x^2) \quad \text{za} \quad -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}.$$

4. [25] Preveri ali konvergirata vrsti

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(2n+1)^n}{(n \ln n)^n} \quad \text{in} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\sin(nx)|}{2^n}.$$

Navodila:

- Ugasni in odstrani mobilni telefon.
- Uporaba knjig in zapiskov iz predavanj ter vaj ni dovoljena.
- Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor skrbno utemelji. Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.
- Piši čitljivo; neberljivi odgovori ne bodo točkovani.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, ravnilo, radirka, kalkulator brez možnosti grafičnega prikaza.