

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika in...
Fizika

1. kolokvij pri predmetu OSNOVE ANALIZE in MATEMATIKA
8. 12. 2006

1. Poišči vse realne rešitve neenačbe:

$$\frac{2 + |x - 1|}{2 - |x - 1|} \leq x.$$

2. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vsako naravno število n velja:

a) $(2 + 1) \cdot (2^2 + 1) \cdot \dots \cdot (2^{2^n} + 1) = 2^{2^{n+1}} - 1.$

b) $6 | (5^n - (-1)^n).$

3. Določi naravni definicijski območji naslednjih funkcij:

a) $f(x) = \log(x(1 - \log(x^2))).$

b) $f(x) = \frac{\arcsin(2 \cos x)}{\sqrt{4 - x^2}}.$

4. Realni funkciji f in g sta podani z naslednjima predpisoma:

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{x-1}} \quad \text{in} \quad g(x) = \frac{1}{x}.$$

Zapiši predpis za funkcijo $f^{-1} \circ g$ in določi njeno definicijsko območje.

Naloge so enakovredne.
Čas reševanja je 120 minut.

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika in...
Fizika

2. kolokvij pri predmetu OSNOVE ANALIZE in MATEMATIKA
23. 2. 2007

1. Določi vsa kompleksna števila z , za katera velja:

$$z^2 - 4\bar{z} = 3i \operatorname{Im}(z).$$

2. Dano je kompleksno število:

$$z = \frac{\sqrt{2}}{1 - i}.$$

Izračunaj razdaljo med številoma z^{2007} in $1 + i$.

3. Izračunaj limiti:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln^2(1 + 3x)}{1 - \cos x} \qquad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{4}{6 - x} \right)^{\frac{x}{x-2}}.$$

4. Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom:

$$f(x) = \begin{cases} 4 \operatorname{arc} \operatorname{tg} x & ; \quad x < -1 \\ ax^2 + \pi bx & ; \quad -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{\pi(4 - x^2)}{2 - \sqrt{2}x} & ; \quad x > 2 \end{cases}.$$

Določi realni števili a in b tako, da bo funkcija f zvezna.

5. Pokaži, da velja:

$$\lim_{x \uparrow 0} \frac{\sqrt{x^4 + 2x^2}}{x} \neq \lim_{x \downarrow 0} \frac{\sqrt{x^4 + 2x^2}}{x}.$$

Naloge so enakovredne.
Čas reševanja je 120 minut.

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika in...
Fizika

3. kolokvij pri predmetu OSNOVE ANALIZE in MATEMATIKA

10. 5. 2007

1. Izračunaj limito:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} (1 + \cos x)^{\sin x}.$$

2. Upoštevaj pomen prvih dveh odvodov in čim natančneje skiciraj graf funkcije:

$$f(x) = x^2 \left(\ln x - \frac{1}{2} \right).$$

3. Funkcija $f : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$ je podana s predpisom:

$$f(x) = \arccos x.$$

Določi točko T tako, da bo tangenta na graf funkcije f v točki T sekala abscisno os najdlje od koordinatnega izhodišča.

4. Izračunaj integrala:

a) $\int \frac{e^x}{2 + e^{2x}} dx$

b) $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx.$

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika in...
Fizika

4. kolokvij pri predmetu OSNOVE ANALIZE in MATEMATIKA
18. 6. 2007

1. Del grafa funkcije

$$f(x) = \frac{2}{x \sqrt{x^2 + 2x + 2}}$$

za $x \in [1, 2]$ zavrtimo okoli abscisne osi in dobimo rotacijsko ploskev P .
Izračunaj prostornino rotacijskega telesa, ki ga omejuje ploskev P .

2. Zaporedje (a_n) je podano rekurzivno s predpisom:

$$a_1 = 41, \quad a_{n+1} = \sqrt[3]{3a_n + 2}.$$

Dokaži, da je zaporedje (a_n) konvergentno in izračunaj njegovo limito.

3. Ugotovi, ali konvergirata vrsti:

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 + 3^n}{6^n} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{(2n-1)(\sqrt{n}+1)}.$$

Če katera od vrst konvergira, izračunaj tudi njeno vsoto.

4. Funkcijo $f(x) = (1 + x^2)e^x$ razvij v Taylorjevo vrsto okoli točke 0 in s pomočjo dobljenega rezultata izračunaj vsoto vrste:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (n^2 - n + 1)}{n!}.$$

Naloge so enakovredne.
Čas reševanja je 120 minut.