

POTENČNE VRSTE

1. Določi območje konvergence vrste in izračunaj njeno vsoto:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} (e^n - 1)x^n \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}(x-1)^n}{n} \quad \text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}.$$

2. Določi območje konvergence vrste $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}x^{2n-1}}{(4n-3)^2}$.

3. S pomočjo razvoja v Taylorjevo vrsto izračunaj $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos x}$.

4. Dana je funkcija $f(x) = x^{10} \ln(1+x)$. Izračunaj $f^{(2005)}(0)$.

5. Funkcijo $f(x)$ razvij v Taylorjevo vrsto okoli točke a , če je:

a) $f(x) = \sin x, \quad a = 2,$

b) $f(x) = x \ln x, \quad a = 1,$

c) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}, \quad a = 0,$

d) $f(x) = \arctg x, \quad a = 0,$

e) $f(x) = \frac{1}{2-3x+x^2}, \quad a = 0,$

f) $f(x) = \frac{x}{1-x}, \quad a = -1.$

6. Funkcijo $f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$ razvij v Taylorjevo vrsto okoli točke 0 in s pomočjo

dobljenega rezultata izračunaj vsoto vrste $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{3^n}$.

7. Dokaži, da vrsta konvergira in izračunaj njeno vsoto:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n! + n + 1}{(n+1)!} \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n!} \quad \text{d) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi^{2n+1}}{10^n}.$$

8. Funkcijo $f(x) = \ln(3+x)$ razvij v Taylorjevo vrsto okoli točke 0 in s pomočjo dobljenega rezultata izračunaj vsoto vrste:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n 3^n}.$$